

**Artigo Original**

recebido: 17/04/1998 e aceito em 02/02/1999

## **Nuevo algoritmo recursivo para la obtención del ECG fetal**

---

*A new recursive algorithm  
for extracting the fetal ECG*

**E. Soria**

Profesor Ayudante, G.P.D.S  
Dpto de Ingeniería Electrónica, Facultad de Físicas,  
C/ Dr Moliner 50, 46100, Burjassot (Valencia) España.  
e-mail: emilio.soria@uv.es

**M. Martínez**

Profesor Ayudante G.P.D.S

**J. Calpe**

Profesor Titular G.P.D.S.

**J.F. Guerrero**

Profesor Titular G.P.D.S.

**A.J. Serrano**

Profesor Asociado G.P.D.S.

**Resumen**

Este trabajo describe un nuevo algoritmo recursivo y propone su aplicación a la determinación del ECG fetal siguiendo el esquema clásico de un cancelador adaptativo de ruido. Para aumentar la eficacia de los sistemas adaptativos en este problema, se ha considerado la introducción de una no linealidad a la salida del sistema. Esta función aumenta la capacidad de modelización del sistema adaptativo. Además se propone la utilización de una función de coste entrópica en lugar del error cuadrático habitualmente considerado. El sistema analizado demuestra un mejor comportamiento en la determinación del ECG fetal que los sistemas adaptativos convencionales tal como muestran los resultados experimentales.

**Palabras clave:** Algoritmos Recursivos, ECG fetal, Sistemas adaptativos.

**Abstract**

*This paper describes a new recursive algorithm and investigates its application for extracting the fetal ECG, following the classical approach of adaptive noise canceling. To increase the efficacy of the adaptive method to this problem, a nonlinearity was introduced to the system output. This function increases the modeling capability of the adaptive approach. Additionally, it is proposed the use of an entropic cost function instead of the squared error usually employed. The proposed method presents a better performance than the conventional approaches to extracting the fetal ECG, as shown by the experimental results.*

**Keywords:** Adaptive systems, Fetal ECG, Recursive algorithms.

### Introducción

Los sistemas adaptativos tiene un gran número de aplicaciones en el campo del procesado digital de señales, entre las que se encuentran la equalización de canales, cancelación de ecos, etc. Entre ellas destaca la cancelación activa de ruido que se aplica cuando no es posible usar los procedimientos clásicos de eliminación de ruido (filtros selectivos en frecuencia). Esta situación aparece cuando se desea extraer el ECG fetal a partir de registros abdominales de superficie ya que la señal no deseada (ECG materno) tiene componentes frecuenciales solapadas a las de la señal que se quiere obtener (ECG fetal).

Para resolver este problema se ha propuesto el esquema dado en la Figura 1.

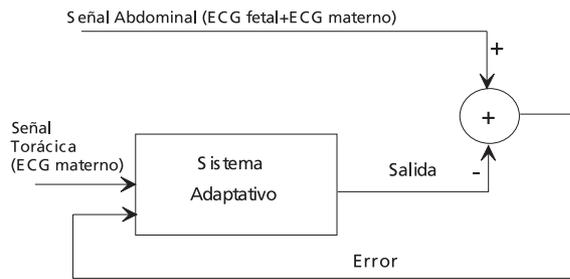


Figura 1. Esquema del cancelador de ruido aplicado a la extracción del ECG fetal.

El núcleo del cancelador es el algoritmo adaptativo. En todo sistema adaptativo hay que distinguir dos componentes que determinan su comportamiento: la estructura y el algoritmo de aprendizaje. En cuanto a la estructura, la gran mayoría de sistemas adaptativos propuestos en la bibliografía son sistemas de tipo FIR (*Finite Impulse Response*) mientras que los algoritmos de aprendizaje más extendidos consideran como función de coste el error cuadrático.

En este trabajo se propone la aplicación de un cancelador de ruido para la extracción de ECG fetal, introduciendo variaciones tanto en la estructura como en el algoritmo de aprendizaje. En el siguiente apartado se describe el nuevo sistema así como las ecuaciones que rigen su funcionamiento.

### Desarrollo Teórico

La modificación de la estructura que se plantea es añadir una función no lineal a la salida del filtro adaptativo (Figura 2), donde

$$X(k) = [x_k \quad x_{k-1} \quad \dots \quad x_{k-L+1}]^t$$

es el vector de entrada, L es la longitud del filtro, t

significa traspuesta) e  $y_k$  es la salida del filtro adaptativo.

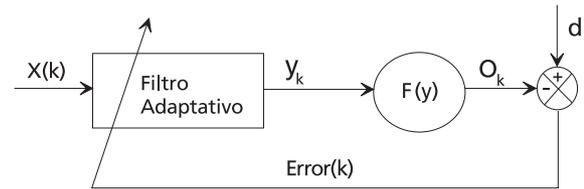


Figura 2. Esquema de la estructura planteada.

Si consideramos un filtro FIR, la relación entre la entrada y la salida viene dada por  $y_k = W^t \cdot X(k)$ , donde  $W = [w_1 \quad w_2 \quad \dots \quad w_L]^t$ , es el vector de pesos del filtro.

Este esquema, típico de una neurona artificial (Hassoun 1995; Bishop 1995), se ha escogido porque amplía la capacidad de modelización del sistema adaptativo ya que no se restringe a una modelización lineal, como ocurre al tener un sistema tipo FIR. El segundo punto que se introduce en este trabajo es considerar una función de coste entrópica (Bishop 1995). Esta función de coste habitualmente empleada en problemas de clasificación se ha usado relativamente poco en problemas de modelización sin ninguna razón aparente. Nos planteamos pues usar una función de coste diferente a la usual.

Para ello, se van a considerar señales con valor medio igual a 0 y rango  $\pm 1$ ; esto siempre se puede conseguir eliminando el valor medio de la señal y normalizando por su valor máximo; por lo que la función de coste quedará como:

$$J = -\sum_{k=1}^N \left( \frac{1+d_k}{2} \right) \cdot \ln \left( \frac{1+o_k}{2} \right) + \left( \frac{1-d_k}{2} \right) \cdot \ln \left( \frac{1-o_k}{2} \right) \quad (1)$$

donde  $d_k$  y  $o_k$  son, respectivamente, la señal deseada y la salida del sistema planteado y N el número de pares entrada-salida. Si se agrupan términos se obtiene:

$$J = -\sum_{k=1}^N \frac{1}{2} \cdot \ln \left( \frac{1-o_k^2}{4} \right) + \frac{d_k}{2} \cdot \ln \left( \frac{1+o_k}{1-o_k} \right) \quad (2)$$

para simplificar la anterior expresión se define:

$$\ln \left( \frac{1+o_k}{1-o_k} \right) = y_k \quad (3)$$

donde  $y_k$  es la salida del filtro adaptativo. Despejando la salida

$$o_k = \frac{e^{y_k} - 1}{e^{y_k} + 1} \quad (4)$$

Tenemos, pues, un procedimiento para determinar la salida  $o_k$ . Si se observa la expresión (4), la función a aplicar a la salida del filtro adaptativo es una tangente hiperbólica. Si se sustituye (4) y (3) en (2) se obtiene:

$$J = -\sum_{k=1}^N \frac{1}{2} \cdot (y_k - 2 \cdot \ln(e^{y_k} + 1)) + \frac{d_k \cdot y_k}{2} \quad (5)$$

Dado que el objetivo que se persigue es la minimización de esta función de coste, se propone la aplicación de un método iterativo como es el Newton-Raphson (Kay, 1993), así en el instante  $n$  la actualización de los coeficientes del filtro será:

$$W(n+1) = W(n) - \left( \frac{\partial^2 J}{\partial W \partial W^t} \right)_{(n)}^{-1} \cdot \frac{\partial J}{\partial W} \quad (6)$$

El cálculo de las diferentes derivadas conduce a:

$$\left( \frac{\partial J}{\partial W} \right)_{(n)} = \sum_{k=1}^n \left( \frac{d_k - o_k}{2} \right) \cdot x_k \quad (7)$$

y

$$\left( \frac{\partial^2 J}{\partial W \partial W^t} \right)_{(n)} = -\frac{1}{2} \cdot \sum_{k=1}^n (1 - o_k^2) \cdot x_k \cdot x_k^t \quad (8)$$

El objetivo final es la aplicación de un algoritmo recursivo. Estos algoritmos están basados en el lema de inversión de matrices, que determina la inversa de una matriz que sigue la siguiente relación recursiva:

$$R(n+1) = R(n) + u_{n+1} \cdot u_{n+1}^t \quad (9)$$

comparando (8) y (9) definimos las siguientes variables (Soria et al. 1996)

$$u_k = \sqrt{(1 - o_k^2)} \cdot x_k \quad (10)$$

y la matriz  $R(n)$ :

$$R(n) = \sum_{k=1}^n (1 - o_k^2) \cdot x_k \cdot x_k^t \quad (11)$$

Como se cumple la relación recursiva (9) se puede aplicar ahora el lema de inversión de matrices, base de los algoritmos recursivos, para determinar la inversa de  $R(n)$  (Haykin 1996).

Este procedimiento presenta un inconveniente cuando nos aproximamos al sistema óptimo ya que el término del gradiente no desaparece. Esto ocurre porque se consideran todas las contribuciones desde el comienzo de las iteraciones. La solución más sencilla es considerar solamente el último término del sumatorio correspondiente al gradiente.

De forma resumida, el algoritmo queda como sigue:

Inicialización de las variables,  $P(0), W(0)$ , con  $P(0)$  igual a  $\delta^I \times I$  (siendo  $I$  la matriz identidad y  $\delta$  un valor muy pequeño).

Para  $n=1, 2, \dots, k$

1) Determinación de la salida del filtro adaptativo  $y(n)$ :  $y_n = W^t(n-1) \cdot X(n)$  ( $W, X$  vector de pesos y de entradas respectivamente).

2) Determinación de la salida de la función no lineal  $o_n = F(y_n)$ .

3) Determinación del error  $e_n$ :  
 $e_n = d_n - o_n$

4) Determinación de la variable  $u(n)$ :  
 $u(n) = X(n) \cdot \sqrt{1 - o_n^2}$

5) Determinación de la variable  $\pi(n)$ :  
 $\pi(n) = u^t(n) \cdot P(n-1)$

6) Cálculo de la variable  $m(n)$ :  
 $\mu(n) = \lambda + \pi(n) \cdot u(n)$

7) Determinación de la ganancia variable  $k(n)$ :  
 $k(n) = \frac{P(n-1) \cdot u(n)}{\mu(n)}$

8) Actualización de los pesos del filtro adaptativo:  
 $W(n) = W(n-1) + P(n-1) \cdot X(n) \cdot e_n$

9) Determinación de la variable  $P'(n-1)$ :  
 $P'(n-1) = k(n) \cdot \pi(n)$

10) Obtención de la matriz  $P(n)$ :  
 $P(n) = \frac{1}{\lambda} (P(n-1) - P'(n-1))$

fin

## Resultados Experimentales

El algoritmo propuesto se ha aplicado a la determinación del ECG fetal. Al considerar la tangente hiperbólica como función no lineal a la salida del filtro adaptativo, hay que eliminar el valor medio de la señal

para centrarla en cero y, posteriormente, dividir por el valor máximo de la señal para acotarla entre  $\pm 1$ .

El primer conjunto de simulaciones usa señales fetales obtenidas con un simulador (Martínez et al. 1996). En la Figura 3 se muestra la señal fetal original (que se quiere recuperar), y la señal abdominal donde aparecen las contribuciones del ECG materno.

En la Figura 4 aparecen los resultados obtenidos aplicando un algoritmo LMS clásico y el recursivo propuesto en la presente comunicación. Como se aprecia en la figura, los resultados obtenidos con el nuevo algoritmo son superiores a los obtenidos con un LMS. En primer lugar converge más rápido lo que le permite eliminar la componente materna antes (el primer QRS materno no es eliminado por el LMS); además, la distorsión resultante es menor ya que, cuando un QRS materno coincide con una onda T fetal, el LMS es incapaz de obtener dicha onda.

En el segundo grupo de simulaciones se emplea un conjunto de registros fetales reales. En la Figura 5 aparecen las señales abdominal y torácica utilizadas por los algoritmos adaptativos.

En la Figura 6 se muestran los resultados obtenidos aplicando un algoritmo adaptativo clásico como es el LMS y el nuevo algoritmo recursivo desarrollado. Como se observa claramente de la figura, el LMS es incapaz de obtener los complejos QRS fetales mientras que el nuevo algoritmo sí lo consigue. Destacar que en las dos simulaciones presentadas se ha variado la constante de adaptación del LMS y se ha mostrado la que mejor comportamiento presentaba.

Finalmente se ha comprobado que el algoritmo funciona de forma óptima cuando se usa la función no lineal junto con un algoritmo recursivo (RLS). Para ello se ha comparado en primer lugar el funcionamiento de un algoritmo RLS sin función no lineal y el esquema planteado aquí. Los resultados quedan expuestos en la Figura 7, donde se aprecia que mientras que con el RLS con función no lineal los complejos QRS maternos son progresivamente eliminados, en el RLS lineal no ocurre esto. Además la relación de amplitudes QRS fetal- QRS materno es mayor en el no lineal.

Se comprobó si la mejora era solamente debida a la aplicación de la función no lineal. Para ello, se usó el algoritmo LMS en la estructura planteada. Los resultados obtenidos quedan reflejados en la Figura 8. Como queda claramente expuesto en la figura, el LMS más una función no lineal no es capaz de obtener los complejos QRS fetales, hecho que si ocurre con el algoritmo planteado.

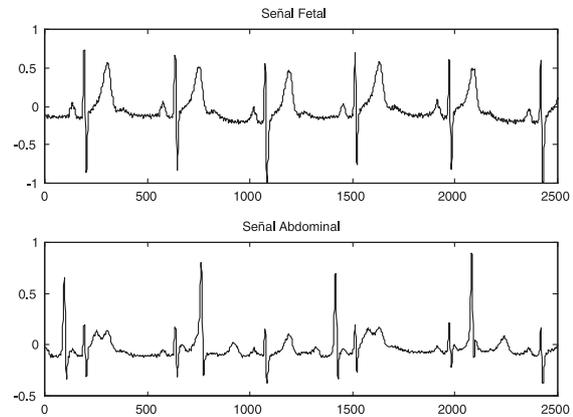


Figura 3. Señal fetal y abdominal obtenidas con el simulador.

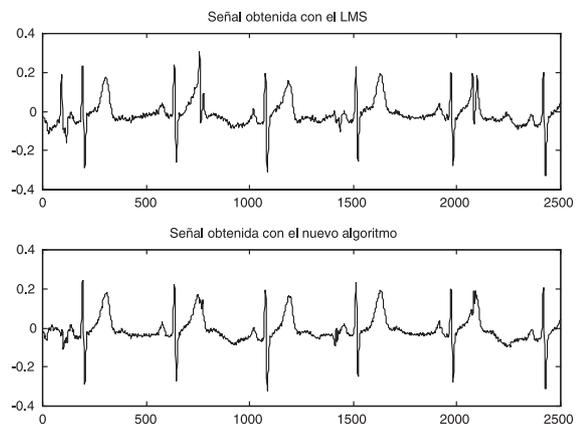


Figura 4. Señales obtenidas con un filtro de longitud 10.

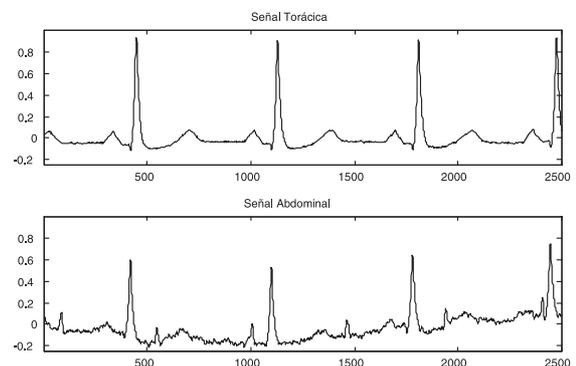
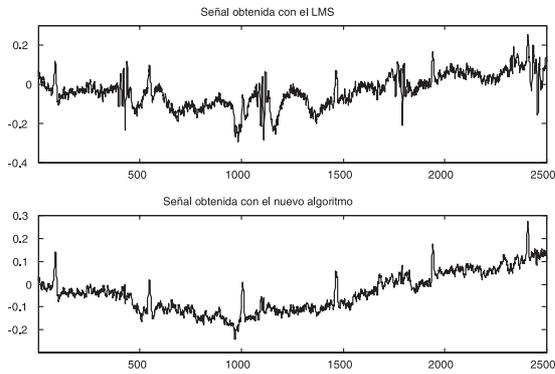
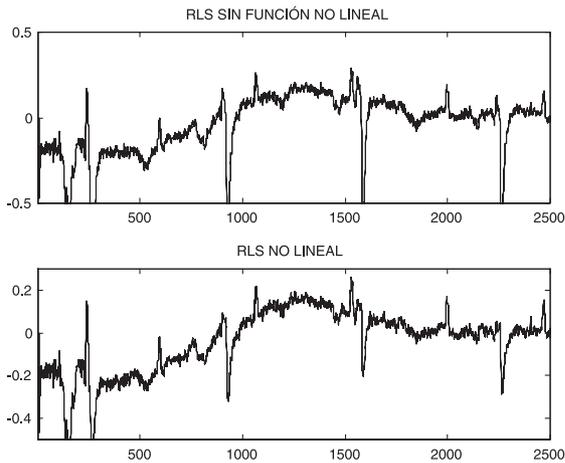


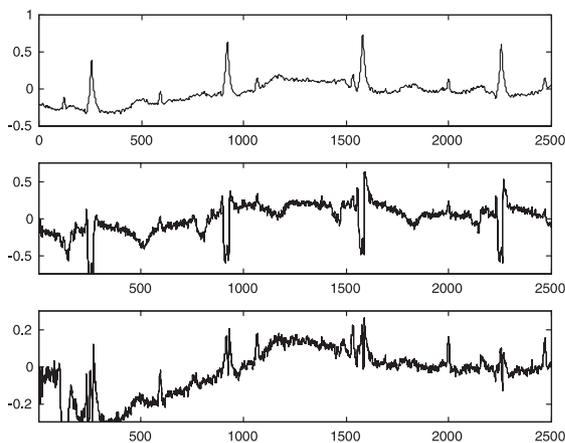
Figura 5. Señal torácica y abdominal de un registro real.



**Figura 6.** Resultados obtenidos con un filtro de longitud 10.



**Figura 7.** Resultados obtenidos con dos filtros adaptativos usando el algoritmo RLS (con función no lineal y sin ella).



**Figura 8.** De arriba a abajo, señal abdominal, señal obtenida con el LMS con función no lineal y con el algoritmo propuesto.

## Conclusiones

En esta comunicación se presenta un nuevo algoritmo recursivo utilizando una estructura típica de neurona artificial. Se han desarrollado las ecuaciones que rigen el sistema, así como las diferentes etapas de su funcionamiento. La capacidad del sistema planteado ha sido demostrada en la extracción del ECG fetal, tanto sobre registros reales como simulados, mostrando mejor comportamiento que el LMS clásico, habitualmente utilizado en este problema.

## Referencias

- Bishop, C.M.(1995). *Neural Networks for Pattern Recognition*. Oxford: Clarendon Press.
- Hassoun, M.H.(1995). *Fundamentals of Artificial Neural Networks*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Haykin, S. (1996). *Adaptive Filter Theory*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Kay, S.M. (1993). *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Martínez, M., Jané, R., Soria, E., Calpe, J. y Guerrero, J. (1996) "Estudio Comparativo de Diferentes Métodos para la Obtención de la Señal Cardíaca Fetal". *Actas del XIV Congreso Anual de la Sociedad Española de Ingeniería Biomédica*, p. 53-55, Pamplona, España.
- Soria, E., Calpe, J. and Figueiras, A.(1996) "Non-Linear Recursive Algorithms for Data Transmission Equalization". *IV Bayona Workshop on Intelligent Methods in Signal Processing and Communications*, Bayona, Vigo, España.