

TOMOGRAFIA EM IMAGENS COM RUÍDO POISSON: PRE-PROCESSAMENTO DAS PROJEÇÕES

S. S. FURUIE ¹

RESUMO— O presente trabalho propõe uma alternativa para a reconstrução de imagens com baixa relação sinal/ruído. A abordagem consiste basicamente no 'alisamento' das projeções dentro de um modelo de ruído Poisson, e a reconstrução pela aplicação direta da transformada de Fourier nas projeções filtradas. Foram realizadas comparações qualitativas e quantitativas com os métodos 'convolution back projection' e o método iterativo 'Estimation—Maximization (EM)'

INTRODUÇÃO

A tomografia computadorizada (C.T.) tem sido aplicada em várias áreas, envolvendo desde dimensões moleculares (microscopia eletrônica) a dimensões cósmicas (radio astronomia). A sua capacidade de visualizar estruturas internas, como a secção transversal do corpo humano, transformaram o C.T. em um instrumento inestimável para aplicações em medicina. As fontes de informação para as projeções são várias: raio-X, ressonância nuclear magnética (NMR), ultrassom, radioisótopos, pósitrons, etc.

Nas aplicações médicas, devido ao compromisso entre segurança do paciente, qualidade da imagem e tempo para reconstrução, a quase totalidade dos tomógrafos comerciais são destinados para imagens com elevada relação sinal/ruído (p.ex. raio-X), onde são empregadas as técnicas derivadas analiticamente, conhecidas por método das transformadas (Lewitt, 1983).

No entanto existe uma importante classe de fonte de informações metabólico/funcionais (radioisótopos, pósitrons) cujas imagens tem baixa relação sinal/ruído e onde o ruído não é aditivo, mas dependente do sinal. Os tomógrafos do tipo PET (Positron Emission Tomography) e SPECT (Single Photon Emission Tomography) visam reconstruir as imagens dentro do ambiente acima citado. Contudo, as técnicas mais recentes (Censor, 1983) empregadas para resolver este problema ainda apresentam inconvenientes como lentidão para reconstrução, artefatos e perda de resolução.

O PET e o SPECT têm amplas aplicações clínicas (Tanaka, 1987) principalmente devido a sua capacidade de fornecer informações complementares metabólicos/funcionais. No entanto a demanda real é pela visualização de volumes e estruturas tri-dimensionais, que possibilitem o estudo de processos fisiológicos, a monitoração e diagnóstico de patologias e o estudo dinâmico de estruturas móveis como o coração. A reconstrução de estruturas tri-dimensionais pode ser abordada por métodos específicos tri-dimensionais ou por empilhamento de secções transversais. Neste sentido a pesquisa em PET está orientada para sensores em múltiplos anéis paralelos, o qual envolve a reconstrução de imagens de várias secções, tornando fundamental um algoritmo de reconstrução rápido e eficiente.

Recentemente trabalhamos com a incorporação de inovações tecnológicas em C.T. (Furue, 1989), como a utilização de "array processors" com aplicação direta da transformada de Fourier, usando microcomputador da linha Vax (micro-Vax II). Apesar desta abordagem reduzir o tempo de reconstrução (2.04 s) em quase duas ordens de grandeza comparado ao clássico "Convolution Back Projection" (CBP) (140 s), a mesma apresenta resultados inaceitáveis em imagens com baixa relação sinal/ruído.

¹ Coord. Informatica do Instituto do Coração /HCFMUSP

Neste trabalho consideramos um modelo realista de ruído para as imagens e a partir deste modelo as projeções são 'alisadas', antes da imagem ser reconstruída, pelo método da transformada de Fourier (DTF).

MÉTODOS

Considerando-se um modelo de ruído dependente do sinal do tipo Poisson, pode-se provar que as projeções estão submetidas a ruído do mesmo tipo e são independentes. Dessa forma pode-se filtrar as projeções a partir das amostras e então reconstruir a imagem, como mostrado a seguir.

Modelo

Seja uma imagem objeto (figura 1) discretizada e representada pelo vetor \vec{X} , onde cada elemento deste vetor, X_j , é uma variável aleatória independente com distribuição de probabilidade Poisson.

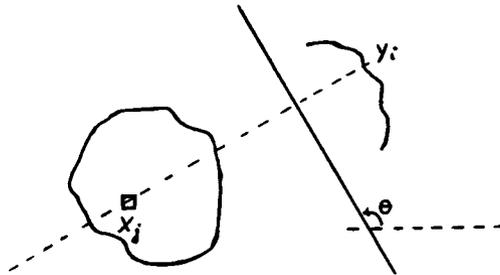


Figura 1. Imagem objeto e projeções

A projeção (vetor \vec{Y}) pode ser descrita por :

$$\vec{Y}_{M \times 1} = H_{M \times N} \cdot \vec{X}_{N \times 1} \quad (1)$$

onde H: matriz de projeções, a qual pode ser determinada pela geometria e características do tomógrafo.

$$Y_i = \sum_j h_{ij} \cdot X_j \quad (2)$$

Pode-se provar que :

{ Y_i , $i=1, M$ } são variáveis aleatórias também do tipo Poisson e independentes (Vardi, 1985). (3)

$$\text{var}[X_j] = E[X_j] = \lambda_j \quad (4)$$

$$\text{var}[Y_i] = E[Y_i] = \sum_j h_{ij} \cdot \lambda_j \quad (5)$$

Considerando as equações (1 - 5) e dado uma imagem original $\vec{\lambda}$, podemos formar o modelo físico e o modelo estatístico equivalente (figura 2):

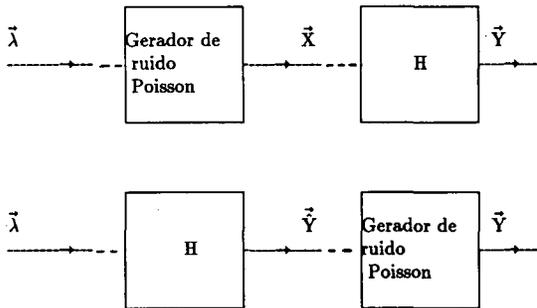


Figura 2. Modelo de formação das projeções.

Alisamento das projeções

O problema basicamente é obter \vec{Y} dado \vec{Y} (figura 2), onde o ruído é dependente do sinal (processo estocástico Poisson). Este ruído pode se tornar, aproximadamente, independente do sinal do tipo Gaussiano através de uma transformação não-linear (Maeda, 1987).

Os passos envolvidos são :

a) Transformação de Anscombe (Anscombe, 1948):

$$Z_i = 2 \sqrt{y_i + 3/8} \quad i=1, M \quad (6)$$

onde y_i é uma variável aleatória com distribuição de probabilidade Poisson e valor esperado μ_i . A distribuição de probabilidade de Z_i é aproximadamente normal, com média igual a

$$2 \sqrt{\mu_i + \frac{1}{8}}$$

e variancia unitária.

b) Suavização não-linear sobre Z_i , considerando os pontos de cada projeção como série numérica, com ruído gaussiano, a ser suavizada.

$$\{ Z_i, i=1, \text{Num. de amostras/projeção} \}$$

$$\hat{Z}_i = \alpha_i \cdot \tilde{Z}_i + (1 - \alpha_i) \cdot \bar{Z}_i \quad (7)$$

onde \bar{Z}_i = média local (janela de 5 pontos)
(‘moving average’)
 \tilde{Z}_i = mediana local (janela de 5 pontos)

$$\alpha_i = \frac{\text{variancia local}}{\text{variancia maxima}}$$

A variancia local é obtida calculando-se a variancia na mesma janela da média local, após calculado \bar{Z} . A variancia máxima é igual à maior variancia local. O novo valor \hat{Z}_i é a média ponderada entre a média local e a mediana local, onde o peso para a mediana é mais acentuado conforme a variancia local, preservando deste modo as alterações bruscas (bordas).

c) Transformação inversa

$$\hat{y}_i = (\hat{Z}_i/2)^2 - \frac{1}{8} \quad (8)$$

Reconstrução

Optamos pela aplicação direta da transformada de Fourier pelo fato desta ser mais rápida e apresentar bons resultados. Cada projeção foi expandida com zeros, de modo a perfazer 4 vezes o número de pontos por projeção, sendo então calculadas as transformadas 1-dimensionais de Fourier de cada projeção expandida. Após interpolação bi-linear no domínio da frequência, obtem-se a transformada bi-dimensional inversa de Fourier. A filtragem foi realizada no domínio da frequência, usando filtro com formato gaussiano com FWHM=1.5 pixels (Full Width Half Maximum).

Os resultados foram comparados com o CBP e o Expectation-Maximization (EM). O CBP (Lewitt, 1983) consiste na convolução (no domínio do espaço) de cada projeção com a resposta impulsiva de um filtro tipo rampa (no domínio da frequência), e a retroprojeção. O EM (Vardi, 1985) é um algoritmo que busca maximizar a função 'likelihood' das projeções observadas (probabilidade condicional para se obter as projeções observadas, dado a imagem original), levando-se em conta que o processo é Poisson.

RESULTADOS

O método foi testado sobre um objeto simulado (cilindro centrado de raio igual a 5 unidades), constituído de 32 x 32 pixels (figura 3a), com total de 10000 contagens. A figura 3b mostra as projeções (sinograma) para 32 ângulos igualmente espaçados entre 0 e 180 graus, com 32 amostras por projeção onde o processo Poisson foi considerado com valor esperado igual ao valor ideal calculado para cada projeção. Note-se que temos 10000/32 ≈ 312 contagens por ângulo de projeção, distribuídos em 32 pontos de amostra, resultando em baixos valores do valor esperado, que agrava a qualidade do sinal uma vez que em processos Poisson a variancia é igual ao valor esperado.

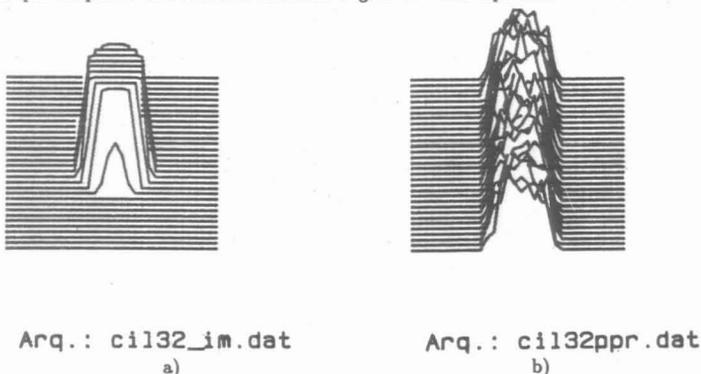
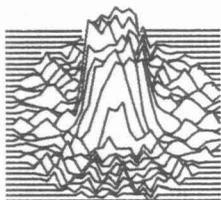


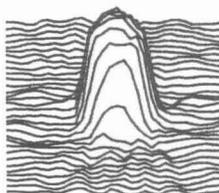
Figura 3. a) Objeto original b) projeções p/ 32 angulos igualmente espaçados entre 0 e 180 graus (sinograma) já com ruído Poisson.

A figura 4 ilustra a reconstrução do cilindro usando o 'convolution back projection' (com filtro tipo Shepp-Logan), enquanto a figura 5 mostra o resultado empregando o método proposto. O sinograma correspondente está na figura 6. A figura 7 mostra o resultado empregando-se o método E.M sobre o sinograma da figura 3.b após 30 iterações.



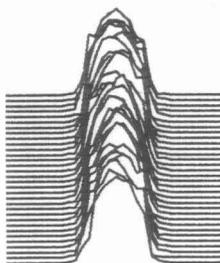
Arq.: cil32pcb.dat

Figura 4. Imagem reconstruida por 'convolution back projection



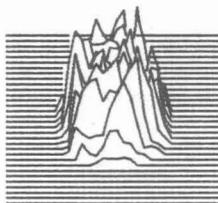
Arq.: cil32_ma.dat

Figura 5. Imagem reconstruida pelo método proposto



Arq.: cil32mpr.dat

Figura 6. Sinograma alisada.



Arq.: cil32tem.dat

Figura 7. Imagem reconstruida pelo método EM em 30 iterações.

A tabela abaixo resume as medidas quantitativas sobre cada abordagem, onde NRMSE corresponde a raiz quadrada do erro medio quadrático normalizado. Especificamente, sendo $\bar{\lambda}$ a

imagem original e $\hat{\lambda}$ a imagem reconstruida, $NRMSE = \sqrt{\frac{\sum (\lambda_j - \hat{\lambda}_j)^2}{\sum \lambda_j^2}}$. O 'NRMSE global' foi calculado

sobre toda a imagem, o 'NRMSE dentro do cilindro' foi obtido para o interior do cilindro correspondente a 90% do raio, e 'NRMSE nas bordas' na região entre 90% e 110% do raio do cilindro. O equipamento utilizado foi um microcomputador compatível com IBM-PCAT, a 6MHz, com co-processador aritmético.

índice	NRMSE global	NRMSE dentro do cilindro	NRMSE nas bordas do cilindro	Tempo p/ reconstrução (s)
CBP	0.52	0.51	0.54	20
EM(10 iter.)	0.63	0.48	0.64	2400
EM(30 iter.)	0.68	0.51	0.73	7000
Pre-proc.	0.22	0.19	0.28	37

CONCLUSÃO

Concluimos que o método proposto apresenta vantagens sobre o CBP, uma vez que tenta eliminar o ruído considerando as características do ruído Poisson, enquanto que o CBP apenas atenua ruídos de alta frequência. Em relação ao EM, pode-se notar que a abordagem proposta apresenta resultados melhores na faixa de 10 a 30 iterações, além de ser mais rápida. O EM maximiza a função 'likelihood', mas a maximização da verossimilhança não corresponde necessariamente ao menor erro médio quadrático na reconstrução.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos o apoio da FINEP, CNPq e InCOR.

REFERENCIAS

- ANSCOMBE, F.J (1948) "The transformation of Poisson, Binomial and negative-binomial data", *Biometrika*, volume 35, pages 246-254, 1948
- CENSOR, Y.(1983). "Finite Series - expansion Reconstruction Methods" *Proceeding of the IEEE*, volume 71,number 3, pages 409 - 419, March 1983.
- FURUIE, S.S.; Tomitani T. (1989). "Agilização na Reconstrução de Imagens Utilizando Método Direto de Fourier e array processor". II Simpósio Brasileiro de Computação Gráfica e Processamento de Imagens, Águas de Lindóia, paginas.469 -478, 26 - 28/Abr./89.
- LEWITT, R.M. (1983) "Reconstruction algorithms: Transform Methods." *Proceedings of the IEEE*, volume 71,number 3,pages 390 - 408, March 1983.
- MAEDA, J.; MURATA K. (1987). "Digital Restoration of Scintigraphic images by a two step procedure". *IEEE Trans. on Medical Imaging*, volume MI-6 ,number 4,pages 320-324, Dec. 1987.
- TANAKA, E. (1987). "A fast reconstruction algorithm for stationary Positron Emission Tomography based on a modified E.M. Algorithm". *IEEE Trans. Med. Imaging*, volume MI-6 number 2,pages 98-105, June 1987.
- VARDI Y; SHEPP, L.A.; KAUFMAN L.; (1985). "A Statistical Model for Positron Emission Tomography". *J. American Statistical Association*, volume 80, number 389,pages 8 - 37, march 1985.

TOMOGRAPHY OF IMAGES WITH POISSON NOISE : PRE-PROCESSING OF PROJECTIONS

ABSTRACT -- This work presents an alternative approach in order to reconstruct images with low signal to noise ratio. Basically it consists of smoothing projections taking into account that the noise is Poisson. These filtered projections are used to reconstruct the original image , applying direct Fourier method. This approach is compared with convolution back projection and EM (Expectation-Maximization).