

ALGORITMOS DE PROCESSAMENTO DE IMAGENS EM MEDICINA NUCLEAR

por

V. A. Oliveira

RESUMO -- considera-se aqui o problema de restauração de imagens a partir de dados ruidosos, como aqueles encontrados em Medicina Nuclear. É apresentada uma nova abordagem para tratar os dados, os quais são representados por um modelo de interação espacial não causal anterior à restauração. Este modelo descreve a dependência estatística entre pontos da imagem e sua vizinhança. Uma aplicação dos algoritmos aqui apresentados refere-se a sistemas de raios gama, tendo-se como objetivo a melhoria do produto resolução-supressão de ruído. Resultados para dados reais obtidos de uma câmara de raios gama são mostrados e comparados com os resultados conseguidos por meio de técnicas mais convencionais de restauração.

INTRODUÇÃO

Um modelo para a formação de imagens em medicina nuclear consiste de uma distribuição de processos de emissão de Poisson cujos parâmetros, dependentes da intensidade da concentração radioativa, são estimados a partir de um conjunto de dados obtidos do detetor de imagens. O detetor de imagem para o caso da câmara de raios gama é capaz de mapear a distribuição de radioatividade em duas dimensões. Os dados coletados são normalmente digitalizados e armazenados em um arranjo de duas dimensões. As imagens obtidas em medicina nuclear são de má qualidade devido, principalmente, à baixa resolução do detetor e à pequena quantidade de fótons que o alcançam, fazendo necessário muito processamento.

Tem havido muito interesse na possibilidade de melhorar a qualidade de imagens obtidas em medicina nuclear através da utilização de algoritmos iterativos. Seguindo esta linha, o problema de restauração de imagens a partir de sinais ruidosos é aqui tratado. O objetivo é recuperar a imagem degradada pelo sistema de formação de imagem conhecendo-se o fenômeno de degradação e a estatística do ruído. O método aplicado é o método de Máxima

-Departamento de Engenharia Elétrica Escola de Engenharia de São Carlos - USP - Av. Carlos Botelho 1465 - 13560 São Carlos - SP

Entropia, na forma proposta por Gull e Daniell (1978). O princípio de Máxima Entropia é usado para assegurar máxima não-concomitância relativamente à informação não disponível. O problema de restauração é, então, inserido em uma abordagem de otimização com restrições onde uma medida de entropia apropriada para o processo de formação de imagem é maximizada.

As restrições são especificadas em termos das medidas disponíveis e das características dispersivas do processo de detecção. Devido ao fato de as medidas apresentarem-se espacialmente bastante correlacionadas, elas são representadas por um modelo de interação espacial onde um modelo auto-regressivo é utilizado para descrever esta correlação. No processo de formação de imagens em medicina nuclear esta correlação resulta em não-uniformidade em ganho através do detector, o que deve ser compensado por meio de calibração das medidas.

MODELO DE EMISSÃO/DETEÇÃO

Um processo de emissão de ftons obedece a uma distribuição de Poisson com parâmetros definidos pela fonte emissora. Supõe-se normalmente que a densidade da imagem é linearmente relacionada com a intensidade do objeto. Assim, o número de emissões d_i em um intervalo (t_1, t_2) é uma variável aleatória com parâmetro $a(\cdot, \cdot)$, onde

$$a(x,y) = \int_{t_1}^{t_2} f(x,y,t) dt \quad (1)$$

sendo x e y coordenadas da fonte emissora definidas em um domínio D e $f(\cdot, \cdot, \cdot)$ a função intensidade. O parâmetro $a(x,y)$ representa a taxa de emissões por unidade de área na região de (x,y) . Quando um detector é incluído, os fótons emitidos de cada ponto $(x,y) \in D$ terão uma probabilidade $h_i(x,y,u_i,v_i)\Delta w$ de convergir ao i -ésimo elemento detector de área Δw , centrado em (u_i,v_i) no plano de imagem.

Supondo emissão isotrópica, a função probabilidade $h(x,y,u_i,v_i)\Delta w$ depende somente de $r_i = \sqrt{(x-u_i)^2 + (y-v_i)^2}$, e a intensidade da imagem a uma distância radial r de uma fonte pontual pode ser representada por $h(r)$, referida como Função de Espalhamento. Admitindo, agora, que o número de emissões detetadas $\{d_i, t \in T\}$ seja um processo de Poisson homogêneo num período curto de tempo, e definindo o processo incremental $\{\Delta d_i(t)\}$ no i -ésimo elemento detector, isto é

$$\Delta d_i(t) = d_i(t + \Delta t) - d_i(t) \quad (2)$$

o valor esperado de $\Delta d_i(t)$ fica dado por

$$E\{\Delta d_i\} = \Delta w \Delta t \iint_D f(x,y)h(r_i)dx dy \quad (3)$$

A equação (3) fornece propriedades incrementais do processo homogêneo de Poisson no i -ésimo elemento detector. Como o processo incremental é também um processo de Poisson, a quantidade $E\{\Delta d_i\}$ é ao mesmo tempo média e variância no i -ésimo elemento detector no espaço de imagem. No entanto como d_i é a soma de incrementos Δd_i , sua expectância tem a mesma forma da equação (3) com Δt substituído pelo apropriado intervalo de tempo. Representando o objeto de intensidade $f(\dots)$ pelo vetor f N-dimensional lexicograficamente ordenado, criado a partir do objeto amostrado, a forma discreta da equação (3), a menos de uma constante, pode ser escrita da seguinte forma:

$$\bar{d}_i \equiv E\{d_i\} = \sum_{j=1}^N h_{ij} f_j \quad (4)$$

e, conseqüentemente,

$$E\{(d_i - \bar{d}_i)^2\} = \sum_{j=1}^N h_{ij} f_j \quad (5)$$

Somando e obtendo a média chega-se a

$$\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M E\{(d_i - \bar{d}_i)^2\} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N h_{ij} f_j \quad (6)$$

onde M é o número de medidas. Para M grande e medidas independentes a variância da amostra converge em probabilidade à variância verdadeira. Se M for grande e o conjunto $\{d_i, i=1, \dots, M\}$ consistir de variáveis aleatórias independentes, é proposta a utilização da relação estatística entre as emissões do objeto e as saídas do detector dada pela equação (7).

$$\sum_{i=1}^M (d_i - \bar{d}_i)^2 = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N h_{ij} f_j \quad (7)$$

Em sistemas de câmara de raios gama, colimadores são empregados para aceitar apenas a radiação procedente de uma área específica do objeto, num mesmo tempo, tal que uma imagem de raios gama de um objeto inteiro é obtida na saída dos colimadores. Em tais sistemas, o fenômeno a ser observado para a obtenção da imagem é a absorção fotoelétrica. Fótons são aceitos dentro de uma janela de energia que é associada à substância radioativa utilizada e também à ocorrência de eventos fotoelétricos. Por exemplo, uma janela de energia

de 20% para o fôton do tecnecium-99m de 140 keV é de 28keV. O desempenho do sistema de detecção da câmara de raios gama é então determinado principalmente pela resolução espacial e pela resolução de energia das interações. Ocorrência de múltiplos eventos de Compton no cristal do detetor, espalhamento, penetração nos lados dos colimadores, e atenuação são os efeitos mais importantes a serem considerados no processo de detecção (Parker e Taylor (1984)). A Figura 1 apresenta uma função de espalhamento experimental apropriada para uma câmara de raios gama convencional.

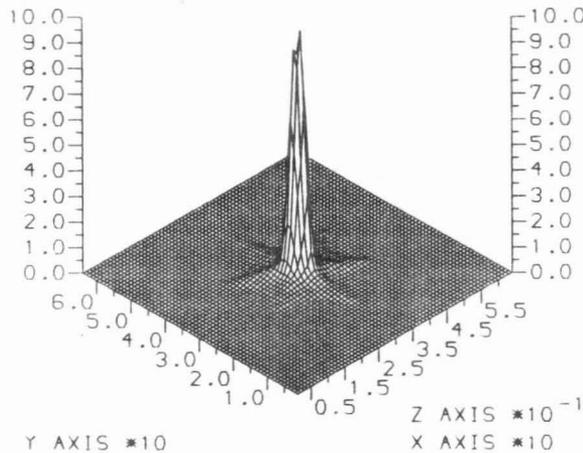


Figura 1. Função de espalhamento experimental

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO COM RESTRIÇÃO

Dadas M medidas $\{d_i, i=1, \dots, M\}$ da fonte intensidade, o objetivo é obter uma estimativa ótima da função intensidade $\{f_j, j=1, \dots, N\}$. As medidas relacionam-se com o processo de acordo com a equação (7). O procedimento de restauração começa com a escolha de uma medida de entropia para representar a incerteza acerca da ausência de informação. O problema de restauração pelo método de máxima entropia pode ser então formulado de tal forma a maximizar a entropia $S(f)$ na forma adotada por Burch, Gull e Skilling (1980), com relação a $\{f_j, j=1, \dots, N\}$, onde

$$S(f) = -\sum_{j=1}^N f_j \ln f_j / eA \quad (8)$$

onde e é o número 2,718..., A é uma média ponderada das intensidades $\{f_j, j=1, \dots, N\}$, de alguma forma definida pelas medidas $\{d_i, i=1, \dots, M\}$, sujeitas á equação de restrição (9)

$$C(f) = \sum_{i=1}^M (d_i - \bar{d}_i)^2 - \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N h_{ij} f_j = 0 \quad (9)$$

Importantes considerações para selecionar a técnica iterativa apropriada para processamento de imagens em medicina nuclear envolve saber quão bem essa técnica trata o ruído e a velocidade de convergência, e se um conhecimento á-priori pode ser facilmente incorporado. Conhecimento à-priori em medicina nuclear inclui o uso de estatísticas de Poisson como base para dosar as contribuições de cada medida no procedimento de restauração e compensação de atenuação dos fótons.

O problema de otimização é aqui numericamente solucionado utilizando o algoritmo iterativo de Skilling and Bryan (1983), algoritmo poderoso que normalmente converge com poucas iterações.

MODELO DO RUÍDO EM CÂMARA DE RAIOS GAMA

Erros devidos à não-uniformidades no objeto e detetor entram no processo de aquisição de imagem, de tal modo que o modelo de ruído considerado, dependendo principalmente das estatísticas de contagem de fótons, pode não ser apropriado ou preciso. Testes realizados com dados obtidos de uma câmara de raios gama convencional indicaram uma discrepância entre a variância do erro calculada e a variância esperada para um processo de emissão. Foi, ainda, observado que essa discrepância cresce com a contagem de fótons e tamanho dos "pixels" da imagem. Consequentemente, para reduzir ou remover as inconsistências da imagem degradada, um filtro embranquecedor é necessário antes do procedimento de restauração. A abordagem seguinte foi adotada.

Modelo de interação espacial para a imagem degradada

Suponha que os vetores lexicograficamente ordenados f e d de dimensões N e M , respectivamente, representam o objeto e a imagem degradada, relacionados pela equação (10)

$$d = Hf + n \quad (10)$$

onde H é a matriz Toeplitz correspondente à distorção causada pela função espalhamento e o vetor n é normalmente considerado como espacialmente não correlacionado. Entretanto, como estudos de sistemas reais indicam que correlação espacial não é sempre insignificante, é necessário adicionar à equação (10) uma equação similar que modela a distribuição espacial do ruído aditivo no detetor. Assim, podemos escrever

$$\tilde{d} = d + q \quad (11)$$

onde \tilde{d} é o vetor de medida e q representa as inconsistências na imagem degradada. Os vetores n e q são considerados não correlacionados com

$$E\{n\} = E\{q\} = 0, E\{q_i, q_j\} = \gamma \delta_{ij} \text{ e } E\{n_i, n_j\} = \sigma^2 \delta_{ij}.$$

A seguir a imagem degradada é descrita por um conjunto finito de níveis cinza $\{\tilde{d}(s), s=(i,j) \in S\}$, onde $\tilde{d}(s)$ é o nível cinza na posição $s=(i,j)$, $S = \{s=(i,j), 1 \leq i,j \leq P\}$ e $P^2 = M$. Em um modelo de interação espacial, o nível cinza $d(s)$ pode ser representado como uma combinação linear de níveis cinza $(\tilde{d}(s+r), r \in Nb)$, com Nb sendo a vizinhança de s , mais um ruído aditivo. Pode-se supor independente a sequência de ruído, ou então dando vários tipos de interação espacial. A vizinhança de s é normalmente definida como um conjunto específico de pontos (i',j') , onde i', j' são inteiros e $(0',0') \notin Nb$ ($(0',0')$ corresponde ao ponto s). Dada uma imagem finita, o objetivo é casar um modelo apropriado que caracteriza a dependência estatística entre os níveis cinza de cada ponto da imagem e sua vizinhança. Um modelo autorregressivo não causal (AR) definido em uma rede toroidal foi escolhido (Chellappa and Kashyap (1982), descrito como segue

$$\tilde{d}(s) = \sum_{r \in Nb} \theta_r d_1(s+r) + \sqrt{\rho} v(s), \quad s \in S \quad (12)$$

onde

$(\{\theta_r, r \in Nb\}, \rho)$ são parâmetros conhecidos,

$$d_1((k, l) + (i,j)) = \tilde{d}((k, l) + (i,j)), \text{ se } (k, l) + (i,j) \in S,$$

$$= \tilde{d}((k+i-1) \bmod P + 1, (l+j-1) \bmod P + 1),$$

$$\text{se } (k, l) + (i,j) \notin S$$

com $a \bmod b \equiv a - (\text{inteiro}(a/b))b$ e, finalmente, $\{v(s)\}$ é uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas com média zero e variância unitária. Com $d(\cdot)$ representado por um modelo AR, como na equação (12), segue que (Kashyap (1984)),

$$\tilde{d}(s) = E\{\tilde{d}(s) | \text{all } \tilde{d}(s+r), r \neq (0',0')\} = \sum_{r \in N_b} \theta_r d_1(s+r) \quad (13)$$

Desta forma, a expectância condicional $\{\hat{d}(s)\}$ será utilizada no procedimento de restauração, no lugar das medidas originais $\{\tilde{d}(s)\}$. A Figura 2 mostra um diagrama de blocos para a imagem e o sistema de estimação.

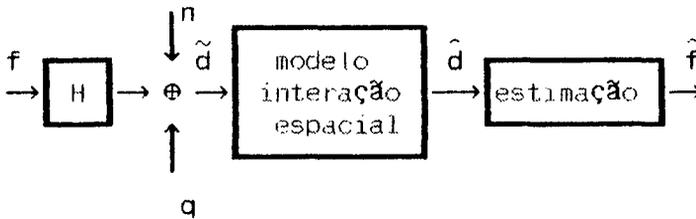


Fig. 2 Diagrama da imagem e estimação.

Os parâmetros do modelo na equação (12) $\{\theta_r, \rho\}$ são estimados da distribuição dos radioisótopos degradada pelo sistema de imagem pelo método de Máxima Verossimelhança, que fornece estimativas assintoticamente consistentes e eficientes (Chellappa e Kashyap (1983)). Uma estimação iterativa é utilizada aqui, a qual converge em poucas iterações quando a vizinhança N_b utilizada observa a estrutura não causal como em (14)

$$N_b = \{(-1,0),(-1,1),(0,1),(1,0),(1,-1),(1,1),(0,-1),(-1,-1)\}. \quad (14)$$

EXPERIMENTOS COM O CICLO CARDÍACO

Para ilustrar o uso do método de máxima entropia em restauração de imagens foram utilizados dados de uma câmara de raios gama fornecidos pelo Departamento de medicina Nuclear do Hospital Geral de Southampton, Inglaterra. Imagens de ciclos cardíacos foram tratadas.

No caso do ciclo cardíaco, como o número de fótons coletados por quadro é

normalmente alto, problemas de correlação espacial dentro de uma vizinhança são esperados. Faz-se necessário, então, a utilização do modelo de interação, espacial, descrito na seção 4, antes da restauração pelo método de máxima entropia. A Figura 3 mostra uma imagem do ciclo cardíaco de um coração sadio, restaurada pelo método de máxima entropia e filtro espacial. Para comparação, a figura 4 mostra a mesma imagem, porém tratada pela técnica de suavização de 9-pontos.

DISCUSSÃO

O processamento de sinal aplicado à imagem degradada anterior à restauração foi empregado devido às dificuldades em tratar os dados obtidos com a câmara de raios gama em conjunção com algoritmos iterativos para solucionar o problema de otimização. A imagem degradada é descrita por um modelo de interação espacial cujos parâmetros são estimados pelo método de máxima verossimelhança, numa abordagem iterativa. A solução é obtida com poucas iterações. O esforço computacional fica por conta da inversão de uma matriz $m \times m$, onde m é o número de parâmetros independentes a serem estimados, o qual relaciona-se com o tamanho da vizinhança escolhida.

Os cálculos exaustivos com o método de máxima entropia referem-se às transformações entre o espaço da imagem e o espaço dos dados. Cada iteração envolve seis destas transformações. A convergência do algoritmo foi acelerada através do uso de uma busca de direção desenvolvida a partir dos métodos de gradiente conjugado. Para o exemplo apresentado neste trabalho foram obtidas soluções satisfatórias com cerca de 6 a 10 iterações. Embora este método seja mais lento do que técnicas diretas baseadas em transformadas de Fourier, o uso de processamento em paralelo pode reduzir drasticamente o tempo extra de computação.

Para computar as operações de convolução e correlação do objeto com a função de espalhamento, propriedades da matriz de Toeplitz H foram utilizadas. Os processos de convolução e correlação combina linhas da matriz H com as sequências do objeto e forma somas de produtos. Tais operações envolvendo várias sequências $\{h_k\}$, que formam as linhas da matriz H , com as sequências da imagem $\{f_j\}$, foram realizadas com subrotinas eficientes da biblioteca Engineering Scientific Subroutines Library (ESSL), disponível no computador IBM3090. Com estas subrotinas as transformações do espaço da imagem para o espaço dos dados são obtidas em frações de segundos.

O método de máxima entropia tem sido empregado por apresentar vantagens de uma boa supressão de ruído e estimativas essencialmente positivas, Burch e outros (1983). Além disso, um dado duvidoso pode ser ignorado, deixando a solução seguir a estimativa de máxima entropia na ausência de informação. Entretanto, os algoritmos estão sujeitos a problemas de convergência lenta ou divergência, que muitas vezes podem ser causados pela inconsistência dos dados disponíveis.

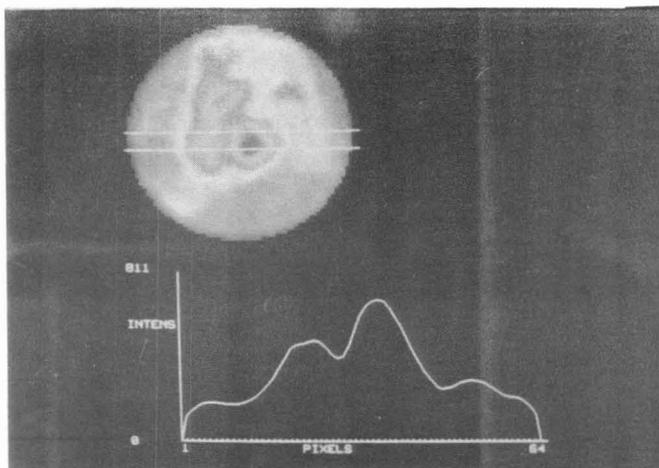


Figura 3. Imagem restaurada pelo método de máxima entropia em conjunção com o filtro espacial.

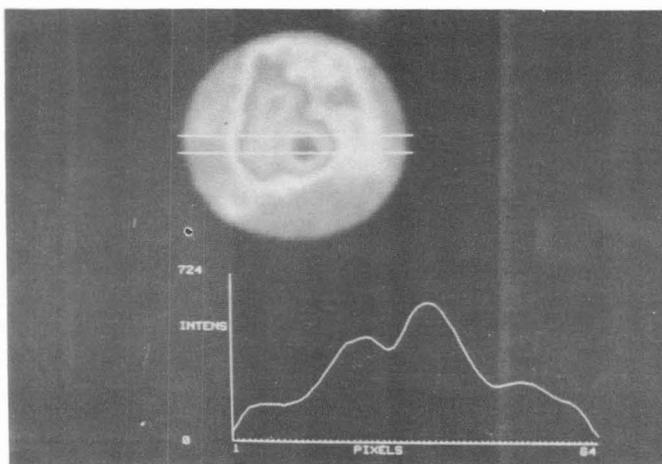


Figura 4. Mesma imagem da fig. 3, porém tratada pela técnica de suavização de 9 pontos

Os resultados obtidos com dados reais exibem boa supressão do ruído e imagens mais nítidas. Na imagem do coração, Figura 3, os vales são mais distinguíveis, dando uma melhor definição das bordas dos ventrículos. Isto demonstra que, quando os erros de medida são adequadamente incorporados no procedimento de restauração, o método de máxima entropia promete ser bastante confiável para tratar imagens em medicina nuclear. Antes da inclusão dos modelos do ruído, os resultados estavam longe de ser favoráveis.

REFERÊNCIAS

- Bryan, R.K., and Skilling, J., 'Deconvolution by maximum entropy as illustrated by application to the Jet of M87', *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 1980, 41911, 69-79.
- Burch, S.F., Gull, S.F., and Skilling, J., 'Image restoration by a powerful maximum entropy method', *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 1983, 4231, 113-128.
- Chellappa, R., and Kashyap, R.L., 'Digital image restoration using spatial interaction model', *IEEE Trans. Acoustics, and Signal Processing*, 1982, 4ASSP-301, No. 3, 461-472.
- Gull, S.F., and Daniell, G.J., 'Image reconstruction from incomplete and noisy data', *Nature*, 1978, 42721, 686-690.
- Kashyap, R.L., 'Characterization and estimation of two-dimensional ARMA models', *IEEE Trans. Inform. Theory*, 1984, 4IT-301, No.5, 736-745.
- Parker, R.P., Smith, H.S., and Taylor, D.M., "Basic Science of Nuclear Medicine", 2nd ed., 1984, Churchill Livingstone.

ABSTRACT – the problem of image restoration from noisy measurements as encountered in Nuclear Medicine is considered. A new approach for treating the measurements wherein they are represented by a spatial noncausal interaction model prior to maximum entropy restoration is given. This model describes the statistical dependence among the image values and their neighbourhood. The particular application of the algorithms presented here relates to gamma ray imaging systems, and is aimed at improving the resolution-noise suppression product. Results for actual gamma camera data are presented and compared with more conventional techniques.