

**ESTUDO DA FUNÇÃO DE COERÊNCIA APLICADA A SINAIS EEG**ANTONIO MAURICIO F. L. M. de SÁ<sup>1</sup>, D. M. SIMPSON<sup>2</sup>, A. F. C. INFANTOSI<sup>3</sup>

**RESUMO** -- A função de coerência tem sido empregada em sinais eletroencefalográficos (EEG) no estudo da organização cortical e, em particular, na quantificação do sincronismo entre sinais adquiridos de diferentes regiões do escalpo. Entretanto, a desconsideração das estatísticas de sua estimativa pode conduzir a conclusões incorretas sobre a relação entre tais sinais. Este trabalho se propõe a efetuar um estudo sobre a coerência, comparando os limites de confiança da sua estimativa fornecidos pela literatura com os obtidos experimentalmente através de simulações com sinais randômicos. Os resultados indicam dois métodos que conduzem a limites adequados para o número de janelas geralmente empregado com sinais EEG. Os dois principais métodos, teste *t* e de classes de Wilcoxon, para comparar valores de coerência de dados distintos, foram também investigados, tendo mostrado desempenho semelhante.

**Palavras-chave:** Eletroencefalografia, função de coerência, análise estatística.

**INTRODUÇÃO**

A função de coerência desempenha um papel importante em estudos da organização cortical efetuados com base na análise da atividade elétrica cerebral, uma vez que quantifica o grau de dependência linear entre dois sinais. A coerência pode ser interpretada como sendo análoga ao coeficiente de correlação aplicado ao domínio da frequência (Shaw, 1981). Considerando que a correlação no EEG é dependente da frequência (por exemplo alta sincronia entre regiões cerebrais posteriores na faixa do ritmo alfa, 8 - 12 Hz), a coerência é considerada uma ferramenta mais adequada, podendo indicar interligações específicas entre regiões corticais, sendo, por isto, relevante no estudo de fisiopatologias cerebrais.

A interpretação dos resultados da análise de coerência pode, contudo, ser prejudicada pelo desconhecimento de suas estatísticas, conduzindo a conclusões incorretas. Para tornar os resultados baseados na mesma significativos, as estatísticas de suas estimativas devem, portanto, ser estabelecidas de forma a possibilitar a obtenção de limites de confiança e a realização de testes de hipótese, bem como para determinar valores adequados de parâmetros como tamanho do trecho de sinal a ser processado e número de segmentos a serem utilizados no processamento. A literatura sugere várias formas de se obterem os limites de confiança e testar a significância de diferenças entre

<sup>1</sup> Professor Assistente do Departamento de Eletricidade - FUNREI

<sup>2</sup> Professor Adjunto do Programa de Engenharia Biomédica da COPPE/UFRJ

<sup>3</sup> Professor Titular do Programa de Engenharia Biomédica da COPPE/UFRJ  
Caixa Postal 68510, 21945-970 - Rio de Janeiro - RJ  
E-mail: afdci@serv.peb.ufrj.br

estimativas de coerência. Este trabalho visa avaliar quais destas seria a mais adequada para a análise de sinais EEG.

### A FUNÇÃO DE COERÊNCIA APLICADA A SINAIS EEG

A função de coerência tem-se constituído numa importante ferramenta na análise quantitativa do EEG, tendo sido utilizada por diversos autores no estudo de mudanças na distribuição espacial do EEG sobre o escalpo relacionadas com testes cognitivos, psicopatologias, e demais aspectos da organização cerebral.

Estudando a lateralidade e a esquizofrenia através da função de coerência, Shaw (1983) verificou diferenças no sincronismo inter-hemisférico durante atividades cognitivas, em comparação com o EEG em repouso. Para uma aquisição com referência comum e durante a aplicação de testes de reconhecimento de imagens, os autores constataram um aumento de sincronismo intra-hemisférico em pacientes destros saudáveis e em pacientes neuróticos; o oposto ocorrendo para pacientes canhotos e pacientes esquizofrênicos. Tais resultados, segundo o autor, sugerem uma organização cerebral menos lateralizada na esquizofrenia e associada aos canhotos.

Um estudo mais recente enfocando a organização funcional cerebral anômala em pacientes esquizofrênicos, através do EEG durante testes cognitivos, foi efetuado por Morrison-Stewart e colaboradores (1991). Utilizando 30 pacientes esquizofrênicos e um grupo de controle de igual número, os autores observaram que, durante tarefas cognitivas relacionadas com o hemisférico esquerdo (reconhecimento de imagens), os indivíduos normais apresentaram um significativo aumento da coerência na faixa de alfa (8-12 Hz) em áreas relacionadas com regiões focais do lobo frontal esquerdo, e uma redução nas áreas temporal e posterior. Os pacientes esquizofrênicos não mostraram, segundo os autores, o mesmo grau de ativação focal das áreas do lobo frontal esquerdo. Já para tarefas cognitivas relacionadas com o hemisférico direito, observou-se uma equivalência entre os grupos nos padrões de aumento da coerência para as frequências de alfa nas regiões posteriores. Os autores aplicaram análise discriminante para distinguir os grupos através da coerência, obtendo um percentual de 81,4% de acertos, e sugerem o fato dos resultados indicarem uma organização funcional cerebral aberrante na esquizofrenia, afetando, particularmente, o hemisférico esquerdo.

Estudando as conexões funcionais entre as regiões corticais, Tucker, Roth e Bair (1986) utilizaram a função de coerência para verificar possíveis assimetrias entre os dois hemisférios cerebrais. Os autores basearam-se nas evidências de que o hemisférico direito apresenta uma organização receptotópica mais difusa que o esquerdo, aliado ao fato de apresentar no hemisférico direito uma maior proporção de matéria branca (axônios) em relação à cinzenta (corpos celulares) do que no esquerdo. Os autores construíram uma matriz de espectros cruzados entre todos os pares de canais, em uma montagem de 8 canais, e examinaram as coerências múltiplas, bem como as coerências múltiplas parciais intra e inter-hemisférico. Os autores utilizaram a transformada Z de Fisher (Otnes e Enochson, 1978) para tornar a distribuição amostral da coerência aproximadamente normal e análise de variância para comparar tais medidas. O estudo concluiu que os valores de coerência para o hemisférico direito são maiores que os para o esquerdo.

Thatcher, Krause e Hrybyk (1987) realizaram testes avaliando a homogeneidade espacial da função de coerência no EEG. Para isto os autores compararam as funções de coerência em função

da distância entre os eletrodos nas direções anterior-posterior e posterior-anterior. Uma vez que a mesma apresenta valores mais elevados na direção anterior-posterior do que na direção oposta, os autores concluíram existirem, ao menos, duas fontes distintas de coerência no EEG. A primeira delas produzida por conexões de fibras curtas, e a segunda pela ação de fibras longas. Para os autores, medidas de atrasos através de espectro de fase em função das distâncias entre os eletrodos sustentam o desenvolvimento de um modelo bi-compartimental de coerência no EEG, no qual diferenças nas características da mesma seriam produzidas pelos diferentes sistemas de fibras. Baseados neste modelo, um número de hipóteses foram desenvolvidas para explicar diferenças na conectividade entre os hemisférios direito e esquerdo e os córtex frontal e occipital.

Kuks, Vos e O'Brien (1987) utilizaram a função de coerência no estudo inter-hemisférico da atividade elétrica cerebral em crianças com agenesia de corpo caloso, comparando os resultados com crianças normais. Para pares simétricos de derivações do EEG, os autores chegaram à conclusão de que a coerência apresenta valores sistematicamente inferiores nas crianças sem corpo caloso; o que não ocorre para o auto-espectro. Os autores utilizaram o teste de classes de Wilcoxon para comparar os valores quanto à hipótese de serem estatisticamente iguais.

Gotman (1987) utilizou, também, a função de coerência no estudo de interações entre os dois hemisférios durante crises epilépticas, encontrando valores de coerência inter-hemisférios geralmente reduzidos durante as crises, sendo os valores mais altos atingidos ou no começo da crise, durante o tempo de espalhamento, ou no final da mesma.

Lieb, Hoke, Skomer e Song (1987) analisaram a propagação de descargas ictais intra e inter-hemisférios em 10 pacientes com crises parciais de origem no lobo temporal. A análise incluiu os lobos mesial temporal, lateral temporal e frontal durante as descargas. Os autores concluíram que os valores de coerência intra-hemisférios eram elevados em ambos os hemisférios durante o início da crise, bem como durante o espalhamento contra-lateral. Tais relações, segundo os autores, não foram observadas para os valores de coerência inter-hemisférios; sugerindo, por este motivo, serem a comissura hipocampal, partes do corpo caloso e a comissura anterior relativamente pouco importantes na propagação inter-hemisférica de crises mesial temporal no homem.

## FUNDAMENTOS TEÓRICOS

A função de coerência (coerência complexa) pode ser definida como:

$$C(f) = \frac{S_{xy}(f)}{\sqrt{S_{xx}(f) S_{yy}(f)}} \quad (1)$$

onde  $S_{xy}$ ,  $S_{xx}$  e  $S_{yy}$  são as funções de densidade espectral cruzada entre  $x(t)$  e  $y(t)$ , densidade auto-espectral do sinal  $x(t)$  e densidade auto-espectral do sinal  $y(t)$ , respectivamente.

Os valores da função de coerência são complexos, com fase igual à do espectro-cruzado. Uma forma de se interpretar a função de coerência é como sendo o espectro-cruzado normalizado, logo uma medida independente da densidade espectral de potência dos sinais.

A coerência também pode ser interpretada como o espectro de correlação, indicando o quanto há de dependência linear entre os correspondentes harmônicos dos dois sinais. As informações relativas à defasagem temporal entre estes podem ser obtidas pelo espectro de fase da coerência (ou do espectro-cruzado). A fase pode ser utilizada para estimar atrasos entre sinais (Gotman, 1983; Simpson, 1988).

Existem algumas limitações relacionadas ao emprego da função de coerência no EEG. Dentre as quais, pode-se citar o fato de estimativas adequadas do módulo e da fase da mesma requererem trechos longos de sinal. Segundo Gotman (1987), para sinais de atividade epiléptica, são necessários de 6 a 8 segundos. Uma vez que as propriedades estatísticas, bem como as interações entre os sinais podem alterar-se de forma substancial num trecho de tal duração (o sinal não é estacionário), deve-se chegar a um compromisso entre erros nas estimativas devido ao uso de um trecho de pequena duração e a mudanças no próprio sinal durante o trecho analisado.

Quando um eletrodo de referência comum é utilizado, qualquer atividade desta localidade pode aumentar ou diminuir a coerência de forma espúria e diferenciada em determinadas faixas de frequência (Fein, Raz, Brown e Merrin, 1988). Para visualização deste efeito, considerando a atividade da referência,  $r(t)$ , tem-se que o sinal captado dos eletrodos  $x_1(t)$  e  $x_2(t)$  corresponde a:

$$\begin{aligned} y_1(t) &= x_1(t) - r(t) \\ y_2(t) &= x_2(t) - r(t), \end{aligned} \quad (2)$$

o que implica a função de coerência, definida segundo a equação (1), dada por:

$$C_{y_1 y_2} = \frac{S_{x_1 x_2} + S_{rr} - S_{x_1 r} - S_{r x_2}}{\sqrt{[S_{x_1 x_1} + S_{rr} - 2\Re(S_{x_1 r})] [S_{x_2 x_2} + S_{rr} - 2\Re(S_{x_2 r})]}} \quad (3)$$

onde  $\Re(\alpha)$  corresponde à parte real de  $\alpha$  (a frequência,  $f$ , foi omitida por simplicidade).

Quando a potência de  $r(t)$  é pequena em comparação com  $x_1(t)$  e  $x_2(t)$ , a influência da referência na estimativa da coerência é reduzida, porém, à medida em que a atividade  $r(t)$  aumenta, é dominada por  $S_{rr}$  e tende ao valor unitário. Quando a potência de  $r(t)$ , contudo, for moderada, a coerência pode tanto ser aumentada quanto diminuída pelo efeito da referência, que é modulado pelas relações de fase existentes entre os três sinais. As técnicas de Derivação da Fonte (Infantosi e Almeida, 1990) e coerência parcial (Otnes e Enochson, 1978) são tentativas de reduzir o efeito da referência, mas não serão consideradas em detalhe neste trabalho.

### Estimativa do módulo quadrado da função de coerência

O módulo ao quadrado da expressão (1) é também chamado de coerência por alguns autores, como ressaltava Benignus (1969). Neste trabalho, é esta a nomenclatura utilizada. Sua estimativa é dada por:

$$|\hat{C}(f)|^2 = \frac{|\hat{S}_{xy}(f)|^2}{\hat{S}_{xx}(f) \hat{S}_{yy}(f)} \quad (4)$$

A estimativa de  $|C(f)|^2$  através desta expressão pode apresentar grande variabilidade estatística, por serem as grandezas espectrais do lado direito da equação (4) resultantes de estimativas de um trecho de sinal finito. Para reduzir os erros, em geral, as estimativas são obtidas através da promediação de espectros de trechos consecutivos de sinal (Bendat e Piersol, 1986). Este processo é ilustrado pela equação (5), onde  $X_i(f)$  é a transformada discreta de Fourier (DFT) dos trechos  $x_i(t)$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$  e  $X_i^*$  é o seu conjugado complexo.

$$\hat{S}_{xx}(f) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i^*(f) X_i(f) \quad (5)$$

Quando  $S_{xy}(f)$ ,  $S_{xx}(f)$  e  $S_{yy}(f)$  são estimados através de um único trecho,  $|C(f)|^2 = 1$ , como pode ser verificado pela relação:

$$|C(f)|^2 = \frac{X^*(f) Y(f) Y^*(f) X(f)}{X^*(f) X(f) Y^*(f) Y(f)} = 1 \quad (6)$$

Este caso corresponderia à estimativa do coeficiente de correlação,  $\hat{\rho}$ , através de somente dois pontos, o que implica  $\hat{\rho} = 1$ , uma vez que se pode sempre ajustar uma a reta perfeita a estes pontos. (Nota-se que no caso da coerência a reta equivalente sempre passa pela origem). Este exemplo torna evidente a necessidade do uso de vários trechos para a estimativa da coerência de forma a se garantir estimativas diferentes de 1.

Adicionalmente, a aplicação da transformada de Fourier (FT) em um trecho finito de um registro maior corresponde à FT deste sinal após multiplicação por uma função cujo valor é unitário no trecho selecionado e zero para os outros tempos. Esta função é denominada janela retangular, sendo que seu efeito na estimativa espectral corresponde a um espalhamento de energia para componentes espectrais vizinhas, uma vez que a FT do sinal após aplicação de janela corresponde a FT original convoluída com a FT da função janela. A janela retangular apresenta sua FT com a característica de um lobo principal, onde grande parte da energia está contida, e lobos secundários. Outras janelas mais suaves que a retangular (Harris, 1978) têm como característica um lobo principal mais largo e lobos secundários de menor amplitude, sendo, por isto, indicadas nos casos onde se deseja diminuir as contribuições de frequências mais afastadas às custas de um espalhamento maior para as componentes espectrais mais próximas.

Como regra geral, janelas suaves devem ser escolhidas para espectros mais suaves, enquanto a janela retangular permite melhor resolução espectral. A variância da estimativa espectral é reduzida com utilização de um número maior de trechos, inclusive de trechos superpostos (Oppenheim e Schaffer, 1989). Para a estimativa da coerência, estes resultados devem ser considerados.

### Estatística da estimativa da coerência

A função de densidade de probabilidade da estimativa da coerência (por simplicidade adotou-se a notação  $C$  em vez de  $C(f)$  para a função de coerência, e  $C^2$  em vez de  $|C(f)|^2$  para seu módulo quadrado) é dada por (Carter, Knapp e Nuttall, 1973):

$$p(\hat{C} | n_d, C^2) = \left[ (n_d - 1)(1 - C^2)^{n_d} (1 - \hat{C}^2)^{n_d - 2} \right] \left[ {}_2F_1(n_d, n_d; 1; C^2 \hat{C}^2) \right] \quad (7)$$

onde  $n_d$  corresponde ao número de segmentos distintos utilizados na estimativa da coerência,  ${}_2F_m$  corresponde à função F com  $l$  graus de liberdade para o numerador e  $m$  graus de liberdade para o denominador e  $0 \leq C^2 \hat{C}^2 < 1$ .

A tendência e a variância da estimativa da coerência podem ser obtidas utilizando-se a expressão geral para os seus momentos de ordem  $n$ . Segundo Carter, Knapp e Nuttall (1973), a tendência é dada por:

$$C^2 - E[\hat{C}^2 | n_d, C^2] = \frac{1}{n_d} + \left[ \frac{n_d - 1}{n_d + 1} \right] C^2 {}_2F_1(1; 1; n_d + 2; C^2) - C^2 \quad (8)$$

e a variância por:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= E[\hat{C}^4 | n_d, C^2] - E^2[\hat{C}^2 | n_d, C^2] \\ &= \left[ \frac{2(1 - C^2)^{n_d}}{n_d(n_d + 1)} \right] {}_3F_2(3, n_d, n_d; n_d + 2, 1; C^2) - \left[ \frac{(1 - C^2)^{n_d}}{n_d} \right] {}_3F_2(3, n_d, n_d; n_d + 2, 1; C^2) \end{aligned} \quad (9)$$

### Limites de confiança da coerência

Para a utilização da coerência, é importante determinar seus limites de confiança, ou seja, a faixa onde, para um determinado nível de significância, se encontra o valor teórico (populacional) correspondente a um dado valor estimado (amostral).

Uma forma simples de determinar os limites de confiança da coerência é proposta por Bendat e Piersol (1986). Segundo os autores, o erro normalizado da estimativa da coerência é dado por:

$$\varepsilon[|\hat{C}(f)|^2] = \frac{\sigma}{\mu} \approx \frac{\sqrt{2}(1 - |C(f)|^2)}{|C(f)|\sqrt{N}} \quad (10)$$

onde  $\sigma$  e  $\mu$  correspondem, respectivamente, ao desvio padrão e à média das estimativas de  $|C(f)|^2$ , e  $N$  é o número de trechos usados na pro-medição. Na prática, utiliza-se o valor estimado da coerência  $|\hat{C}(f)|^2$  para determinar o valor de  $\varepsilon[|\hat{C}(f)|^2]$ , sendo tal procedimento justificado pelos autores. O desvio padrão,  $\sigma$ , é obtido multiplicando-se o valor de  $\varepsilon[|\hat{C}(f)|^2]$  pela estimativa da função de coerência. Em seguida, os limites de confiança são calculados supondo-se normalidade na distribuição da coerência. Tal procedimento envolve várias aproximações, conduzindo, como mostrado adiante, a resultados não muito confiáveis para os limites de confiança.

### Limites de confiança da coerência através da transformada Z de Fisher

A determinação dos limites de confiança da coerência através de sua distribuição estatística é bastante difícil. Segundo Otnes e Enochson (1978), o procedimento mais conveniente é através da utilização de transformações normalizadoras, ou seja, transformações que aproximam a densidade de probabilidade das estimativas da coerência a uma distribuição gaussiana. A transformação geralmente empregada neste caso corresponde à transformada Z de Fisher, que é definida como:

$$z = 0,5 \ln \frac{1 + |\hat{C}(f)|}{1 - |\hat{C}(f)|} = \tanh^{-1} |\hat{C}(f)| \quad (11)$$

A média e variância desta variável transformada (z) são dadas por:

$$\mu_z = \tanh^{-1} |C(f)| + \frac{1}{2(N-1)} \quad (12)$$

$$\sigma_z^2 = \frac{1}{2(N-1)} \quad (13)$$

onde N é o número de trechos utilizados na pro-mediação. Assim, para um dado C(f), espera-se (p = 95%) o valor de z na faixa:

$$\mu_z - 1,96\sigma_z \leq z \leq \mu_z + 1,96\sigma_z \quad (14)$$

então,

$$\tanh^{-1} |C(f)| + \frac{1}{2(N-1)} - 1,96 \frac{1}{\sqrt{2(N-1)}} \leq z \quad (15)$$

logo,

$$|C(f)|^2 \leq \tanh^2 \left[ \tanh^{-1} |\hat{C}(f)|^2 - \frac{1}{2(N-1)} + 1,96 \frac{1}{\sqrt{2(N-1)}} \right] \quad (16)$$

De forma análoga, o limite de confiança inferior (95%) da expressão (14) pode ser obtido, e então:

$$\tanh^2 \left[ \tanh^{-1} |\hat{C}(f)|^2 - \frac{1}{2(N-1)} - \frac{1,96}{\sqrt{2(N-1)}} \right] \leq |C(f)|^2 \leq \tanh^2 \left[ \tanh^{-1} |\hat{C}(f)|^2 - \frac{1}{2(N-1)} + \frac{1,96}{\sqrt{2(N-1)}} \right] \quad (17)$$

Benignus (1969) obteve correções empíricas para estes limites de confiança de forma que os mesmos se ajustassem melhor a resultados de simulação. Através do método dos mínimos quadrados, o autor obteve as expressões da tendência da estimativa da coerência, bem como do desvio padrão de sua transformada z de Fisher, que são dados, respectivamente, por:

$$\delta = |C(f)|^2 - E[|\hat{C}(f)|^2] \approx \frac{1 - |C(f)|^2}{N} \quad (18)$$

$$\sigma_z = \frac{\left[ 1 - 0,004 \left( 1,6|\tilde{C}(f)|^2 + 0,22 \right) \right]}{\sqrt{2(N-1)}} \quad (19)$$

onde  $E[|C(f)|^2]$  corresponde ao valor esperado e  $|\tilde{C}(f)|^2$  à estimativa da coerência após a remoção da tendência segundo:

$$|\tilde{C}(f)|^2 = |\hat{C}(f)|^2 - \delta \quad (20)$$

Substituindo o valor de  $\sigma_z$  dado pela expressão (19) na equação (14), obtêm-se os novos limites de confiança. Da expressão (18) tem-se que, à medida em que  $N$  cresce, a tendência diminui. Para  $N = 1$ , a tendência é igual a  $[1 - |C(f)|^2]$ , implicando, como observado anteriormente, uma estimativa tendenciosa da coerência, isto é  $E[|C(f)|^2] = |C(f)|^2 = 1$ .

Além desta abordagem, devem-se mencionar os trabalhos de Shumway (1988) e Brockell e Davis (1987) que também utilizam a distribuição F, porém para calcular o intervalo de rejeição da hipótese de  $|C(f)|^2 = 0$ . Assim, estes não são aplicáveis para o cálculo de limites de confiança, como o desejado, mas sim na inferência estatística de estimativas.

### Teste de hipótese

Pequenas diferenças na estimativa da coerência entre dois grupos poderiam ser explicadas tanto pela variabilidade estatística das estimativas como por diferenças inerentes entre os grupos. Neste caso, torna-se imprescindível estabelecer a significância estatística dos resultados através de um método capaz de testar a hipótese de grupos tendo valores de coerência distintos. É importante, também que o método seja capaz de detectar pequenas diferenças com a menor amostra possível.

Dois testes freqüentemente empregados na literatura para testar a hipótese de coerência iguais entre grupos são os testes  $t$  e o de classes de Wilcoxon. O primeiro corresponde a um teste de diferença de duas médias para amostras pequenas, pressupondo que as variáveis são de distribuições normais independentes e com desvios padrão iguais. Nestas condições, para dois processos,  $x_1$  e  $x_2$ , de tamanhos amostrais  $n_1$  e  $n_2$  e estimativas amostrais de variância  $s_1^2$  e  $s_2^2$ , e média  $\bar{x}_1$  e  $\bar{x}_2$  (Wonnacott e Wonnacott, 1985):

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}} \frac{\sqrt{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}}{n_1 + n_2} \quad (21)$$

corresponde a uma variável  $t$  de Student com  $(n_1 + n_2 - 2)$  graus de liberdade. Se o valor de  $|t|$  obtido para as amostras for maior que o valor indicado pela distribuição  $t$  (tabela) para um dado nível de significância, a hipótese de que  $x_1$  e  $x_2$  pertencem a mesma população pode ser rejeitada. Este método pressupõe que as amostras são independentes. No caso da coerência, o teste é aplicado aos dados após a transformação  $Z$  de Fisher, para garantir a normalidade.

O teste de classes de Wilcoxon é uma alternativa considerada bastante robusta, sendo por este motivo amplamente utilizado (Wonnacott e Wonnacott, 1985); adicionalmente não requerer a transformação dos dados. Neste método, os elementos (as coerências) de cada grupo são ordenados de forma crescente, levando em consideração os valores de ambos os grupos. Em seguida, define-se a variável  $w$  como sendo a soma dos números (as ordens) correspondentes às classes do menor grupo. Segundo Wonnacott e Wonnacott (1985), para tamanhos amostrais maiores que 6,  $w$  tem uma distribuição normal com valor médio esperado e variância dados respectivamente por:

$$\mu_w = n_1(n_1 + n_2 + 1) / 2. \quad (22)$$

$$\sigma^2 = n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)$$

onde  $n_1$  e  $n_2$  correspondem ao número de elementos dos dois grupos.

### ESTUDO DA COERÊNCIA EM SINAIS SIMULADOS

Verificaram-se as estatísticas da coerência através de simulação. Para isto, foram geradas mil pares de séries temporais,  $x_i(k)$  e  $y_i(k)$  com 256 pontos cada, de acordo com a relação:

$$y_i(k) = \alpha x_i(k) + r_i(k) \quad \text{para } i=1,2,\dots,1000 \text{ e } k=1,2,\dots,256 \quad (23)$$

onde  $x_i(k)$  e  $r_i(k)$  são amostras gaussianas independentes (ruído branco) de média zero e variância unitária, e  $\alpha$  um valor constante. É facilmente mostrado que o valor de  $\alpha$  determina a coerência deste processo estocástico, que para todas as frequências é dada por:

$$|C(f)|^2 = \frac{a^2}{1 + a^2} \quad (24)$$

Para cada valor desejado de  $|C(f)|^2$ , séries simuladas  $x_i(k)$  e  $y_i(k)$  foram utilizadas no cálculo da estimativa da coerência. Repetindo tal procedimento 1000 vezes, estimativas da média e variância da distribuição amostral de  $|C(f)|^2$  puderam ser obtidas e comparadas com as previstas na literatura. Uma vez que, neste caso, a coerência independe da frequência, a mesma foi estimada para somente uma única frequência.

Para o cálculo de  $|\hat{C}(f)|^2$ , utilizaram-se janelas retangulares de 256 pontos, sendo cada estimativa da coerência obtida com pro-medição de 10 trechos; o que corresponde às restrições experimentais impostas no uso de sinais EEG devido à questão da estacionariedade do sinal.

#### Avaliação da transformada Z de Fisher

Para verificar se a transformada Z de Fisher torna a distribuição estatística das estimativas de coerência aproximadamente normal, aplicou-se o teste de Lilliefors, que constitui uma variante do

teste Kolmogorov-Smirnov para dados com média e variância desconhecidas (Wilkinson, 1988). A Tabela 1 contém o resultado do teste com o nível de significância  $p$ . Para um nível de significância de 5%, todos os valores de coerência maiores ou iguais a 0,1 foram considerados como pertencentes a uma distribuição normal (gaussiana).

### Limites de confiança experimentais

Para a obtenção da faixa onde se encontram 95% dos dados simulados segundo a equação (23), determinou-se o intervalo que compreendia todas as estimativas de coerência, com exceção das 2,5% menores e das 2,5% maiores. Os limites de confiança experimentais foram, então, estabelecidos através da elaboração de um gráfico com estes valores (máximo e mínimo) na abscissa e como ordenada o valor teórico da coerência.

O limite de confiança superior obtido segundo Bendat e Piersol (1986) apresenta grandes discrepâncias em relação aos experimentais para valores de coerência inferiores a 0,2, enquanto que o limite de confiança inferior é menor que o experimental para valores de coerência menores que 0,7 (Figura 1). Uma possível explicação para tal fato é a suposição de normalidade na distribuição da estimativa da coerência. Por outro lado, os métodos propostos por Otnes e Enochson (1978) (Figura 2) e Benignus (1969) (Figura 3), ajustam-se melhor aos dados experimentais, sendo que, para este último, a utilização de um fator de correção empírico no cálculo de  $|C(f)|^2$  parece corrigir as distorções nos baixos valores de coerência, tornando-os praticamente coincidentes com os experimentais. As distorções observadas na Figura 2 poderiam ser explicadas pelo fato da transformada  $Z$  de Fisher não levar à normalidade valores inferiores a 0,1, como observado na Tabela 1.

A estimativa da coerência utilizando janelas Hanning com 50% de superposição (Carter, Knapp e Nuttall, 1973), correspondendo a 19 janelas superpostas foi também efetuada. Tais estimativas foram comparadas com as obtidas a partir da aplicação de janelas retangulares sem superposição, para o mesmo trecho de dados. Na Figura 4 nota-se que estas duas estimativas de coerência parecem conduzir à obtenção de limites de confiança bastante similares.

Tabela 1. Resultado do teste de Lilliefors para verificação de normalidade

$ C(f) ^2$	Nível de Significância $p$
0	0,001
0,1	0,055
0,2	0,476
0,3	0,731
0,4	0,910
0,5	0,942
0,6	0,898
0,7	0,910
0,8	0,906
0,9	0,670

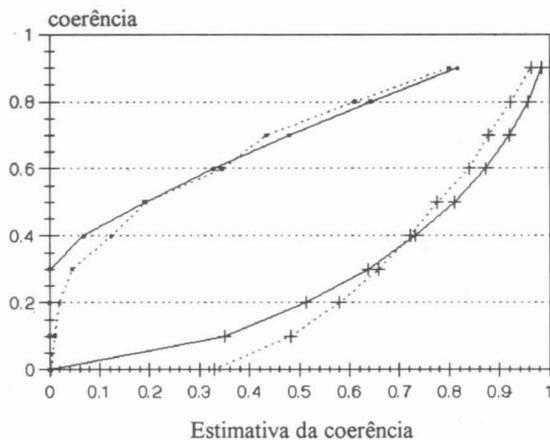


Figura 1. Limites de confiança da coerência calculados segundo Benda e Piersol (1986) (linhas contínuas) e obtidos experimentalmente (linhas pontilhadas).

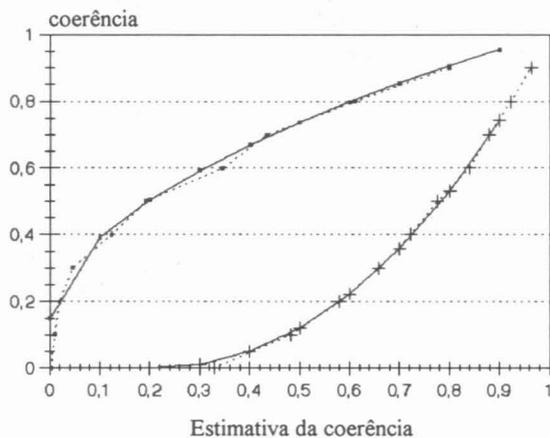


Figura 2. Limites de confiança da coerência calculados segundo Otnes e Enochson (1978) (linhas contínuas) e obtidos experimentalmente (linhas pontilhadas).

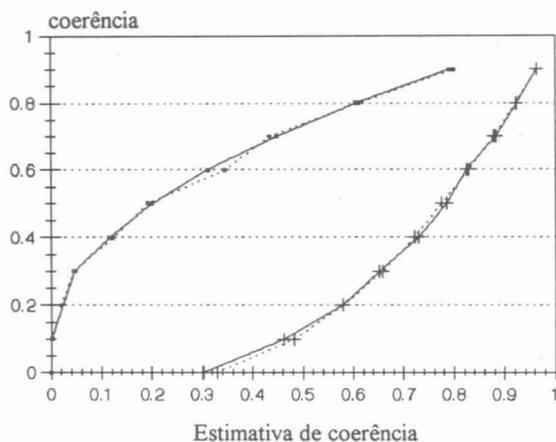


Figura 3. Limites de confiança da coerência calculados segundo Benignus (1969) (linhas contínuas) e obtidos experimentalmente (linhas pontilhadas).

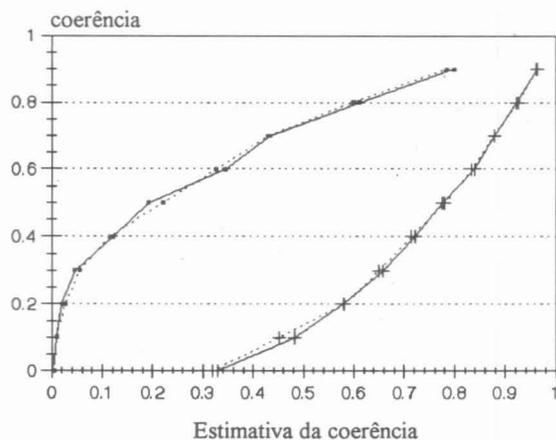


Figura 4. Limites de confiança da coerência obtidos experimentalmente com janelas retangulares (linhas contínuas) e com janelas Hanning com 50% de superposição (linhas pontilhadas).

### Testes *t* e de classes de Wilcoxon

Um estudo comparativo entre os testes *t* e o de classes de Wilcoxon foi realizado para a obtenção da menor diferença detectada por estes testes. Supondo-se duas estimativas de coerência (para frequências distintas ou sinais diferentes), testou-se a hipótese destas pertencerem a uma mesma população. Simularam-se, então, tais pares de estimativa de coerência, pertencentes a populações com diferença de coerência conhecida (valores de coerência de 0 a 0,9, com diferenças de 0,1, 0,2 e 0,3), aplicando-se, em seguida, os testes para avaliar a capacidade de detecção dos mesmos de tais diferenças.

Os testes *t* de student e o de classes de Wilcoxon foram, então, aplicados a cada 1000 pares de coerência gerados, utilizando-se um nível de significância de 5%. Para o primeiro teste, os dados foram transformados (*Z* de Fisher), enquanto que para o segundo utilizaram-se os dados originais. Calculou-se a fração dos casos em que a hipótese de pertencerem a mesma população foi rejeitada (este valor corresponde a  $1 - \beta$ , com  $\beta$  sendo a probabilidade de erro tipo II), sendo o resultado apresentado na Figura 5. Como anteriormente, os sinais foram gerados segundo a equação (23), utilizando-se para as estimativas da coerência janelas retangulares de 256 pontos, sendo cada estimativa da coerência obtida com promediação de 10 trechos.

A comparação entre os testes *t* e de classes de Wilcoxon indica que somente diferenças relativamente largas (0,2 e 0,3) são claramente identificadas com nível de significância de 5%, especialmente na faixa de valores médios (0,1 a 0,4) de coerência (Figura 5); e que o desempenho dos testes é equivalente. Nota-se que uma diferença de coerência de 0,1 é detectada em menos de 40% dos casos para  $|C(f)|^2 < 0,6$ , e que o método é menos sensível para  $|C(f)|^2 \approx 0,2$ . Neste caso, diferença de coerência de 0,3 foi detectada em 90% dos testes.

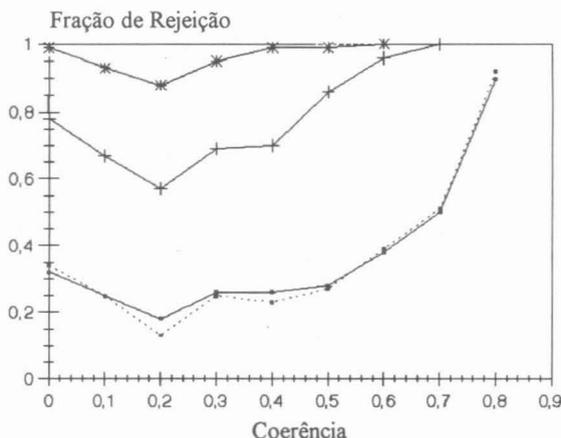


Figura 5. Fração dos casos nos quais uma diferença significativa da coerência foi detectada utilizando os testes de Wilcoxon (linhas contínuas) e *t* (linhas pontilhadas). O símbolo (\*) refere-se à diferença de 0,3; (+) à diferença de 0,2; (•) à diferença de 0,1

## DISCUSSÃO E CONCLUSÃO

Os resultados mostram que as estimativas de coerência com promediação de apenas 10 trechos, equivalente a 20 segundos de sinal com janelas de 2 segundos, como indicado na literatura para sinais EEG, apresentam uma variabilidade estatística grande. Isto é evidenciado pelo fraco desempenho na identificação de diferenças nos testes  $t$  e de classes de Wilcoxon e pelos largos intervalos de confiança das estimativas.

Um aumento no número de janelas teoricamente conduziria a uma melhoria nas estimativas. Contudo, isto poderia incluir trechos que apresentam não estacionariedade, implicando distorções nos valores estimados. Neste caso, os limites de confiança e a tendência das estimativas, discutidos neste trabalho, não seriam confiáveis. Uma investigação utilizando trechos maiores de sinal EEG, de indivíduos normais e com patologia, deve ser conduzida de modo a estabelecer a duração adequada de trechos à obtenção de melhores estimativas da função de coerência.

Os limites de confiança da estimativa da coerência obtidos como proposto por Bendat e Piersol (1986) não são adequados. Este resultado provavelmente deve-se à utilização de um número reduzido de janelas. A suposição de normalidade na distribuição das estimativas, que constitui a base dos limites de confiança de Bendat e Piersol, é provavelmente melhor aproximada para um número de amostras maior, tornando estes limites de confiança mais adequados.

Por outro lado, os limites de confiança propostos por Otnes e Enochson (1978) e Benignus (1969) ajustam-se adequadamente aos dados experimentais. A melhoria obtida com este último método ocorre nas estimativas de valor reduzido da coerência, às custas de um procedimento mais elaborado; o que provavelmente não justifica sua aplicação em situações onde a faixa de interesse se restringe a valores mais elevados de coerência.

A utilização de janelas Hanning com superposição de 50 % na estimativa da coerência conduz a limites de confiança equivalentes aos obtidos com janelas retangulares sem superposição quando o mesmo trecho é utilizado. Assim, no cálculo dos limites de confiança dados pelas expressões de Otnes e Enochson (1978), o número de janelas sem superposição dever ser considerado.

## AGRADECIMENTOS

Ao CNPq, CAPES e FAPERJ, pelo apoio financeiro.

## REFERÊNCIAS

- BENDAT, J.S. e PIERSOL, A.G. (1986), *Random Data Analysis and Measurement Procedures*, Second Edition, John Wiley & Sons, New York.
- BENIGNUS, V.A. (1969), "Estimation of the Coherence Spectrum and Its Confidence Interval Using the Fast Fourier Transform", *IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics*, volume AU-17, número 2, páginas 145-150.

- BROCKWELL, P.J. e DAVIS, R.A., (1987), *Time Series - Theory and Methods*, Springer-Verlag, New York
- CARTER, G.C., KNAPP, C.H., e NUTTALL, A.H. (1973), "Estimation of the Magnitude-Squared Coherence Function Via Overlapped Fast Fourier Transform Processing", *IEEE Transaction on Audio and Electroacoustic*, volume AU-21, número 4, páginas 337-344.
- FEIN, G., RAZ, J., BROWN, F.F., MERRIN, E., (1988), "Common reference data are confounded by power and phase effects", *Electroencephalography and Clinical Neurophysiology*, volume 69, páginas 581-584.
- GOTMAN, J. (1983), "Measurement of small time difference between EEG channels: method and application to epileptic seizure propagation", *Electroencephalography and Clinical Neurophysiology*, volume 56, páginas 501-514.
- GOTMAN, J. (1987), "Interhemispheric Interactions in Seizures of Focal Onset: Data from Human Intracranial Recordings", *Electroencephalography and Clinical Neurophysiology*, volume 67, páginas 120-133.
- HARRIS, F.J., (1978), "On the Use of Windows for Harmonic Analysis with the Discrete Fourier Transform", *Proceedings of the IEEE*, volume 66, número 1, páginas 51-83.
- INFANTOSI, A.F.C e ALMEIDA, A.C.G.(1990), "A microcomputer-based system for mapping EEG signals after source derivation", *Proceedings of the 1990 IEEE Colloquium in South America*, páginas 22-27.
- KUKS, J.B.M., VOS, J.E. e O'BRIEN, M.J. (1987), "Coherence Patterns of the Infant Sleep EEG in Absence of the Corpus Callosum", *Electroencephalography and Clinical Neurophysiology*, volume 66, páginas 8-14.
- LIEB, J.P., HOQUE, K., SKOMER, C.E., e SONG, X. (1987), "Inter-hemispheric propagation of human mesial temporal lobe seizures: a coherence/phase analysis", *Electroencephalography and Clinical Neurophysiology*, volume 67, páginas 101-119.
- MORRISON-STEWART, S.L., WILLIAMSON, P.C, CORNING, W.C., KUTCHER, S.P., e MERSKEY, H. (1991), "Coherence on electroencephalography and aberrant functional organisation of the brain in schizophrenic patients during activation tasks", *British Journal of Psychiatry*, volume 159, páginas 636-644.
- OPPENHEIM, A.V., e SCHAFER, R.W., (1989), *Discrete-time signal processing*, Prentice Hall, New Jersey.
- OTNES, R.K. e ENOCHSON, L. (1978), *Applied Time Series Analysis, volume 1 - Basic Techniques*, John Wiley & Sons, New York.
- SHAW, J.C (1981), "An introduction to the coherence function and its use in EEG signal analysis", *Journal of Medical Engineering & Technology*, volume 5, número 6, páginas 279-288.

- SHAW, J.C. (1983), "EEG coherence, lateral preference and schizophrenia", *Psychological Medicine*, volume 13, páginas 299-306.
- SHUMWAY, R.H. (1988), *Applied Statistical Time Series Analysis*, Prentice Hall, New Jersey.
- SIMPSON, D.M. (1988), *Reconstruction of undersampled signals and alignment in the frequency domain*, Tese de doutorado, Department of Electrical Engineering, Imperial College of Science, Technology and Medicine, London.
- THATCHER, R.W., KRAUSE, P.J. e HRYBYK, M. (1986), "Cortico-Cortical Associations and EEG Coherence: a Two-compartmental model", *Electroencephalography and Clinical Neurophysiology*, volume 64, páginas 123-143.
- TUCKER, D.M., ROTH, D.L. e BAIR, T.B. (1986), "Functional Connections Among Cortical Regions: Topography of EEG Coherence", *Electroencephalography and Clinical Neurophysiology*, volume 63, páginas 242-250.
- WILKISON, L. (1988), *Systat: The system for statistics*, Evanstons, Systat, Inc.
- WONNACOTT, R.J. e WONNACOTT, T.H. (1985), *Introductory Statistics*, fourth edition, John Wiley and Sons, Canada.

**THE STUDY OF COHERENCE APPLIED TO EEG SIGNALS**ANTONIO MAURICIO F. L. M. de SA<sup>1</sup>, D. M. SIMPSON<sup>2</sup>, A. F. C. INFANTOSI<sup>3</sup>

**ABSTRACT** -- Coherence function has been employed in EEG signals in the study of cortical organization, particularly in quantifying synchronism between signals acquired from different regions on the scalp. Nevertheless, non-consideration of the statistics of the estimates may lead to incorrect conclusions about the relationship of these signals. This work aims at studying the coherence function and comparing the confidence limits given in the literature with those experimentally obtained by simulation with random signals. The results indicate two methods that lead to reliable limits for the number of windows typically used in EEG coherence estimates. The two most used methods to compare values of coherence of distinct data (*t*-test and Wilcoxon's rank test) are also investigated. The two methods showed similar performance.

**Key-words:** Electroencephalography, coherence function, statistical analysis.

---

<sup>1</sup> Lecturer - Departamento de Eletricidade - FUNREI

<sup>2</sup> Associate Professor - Programa de Engenharia Biomédica - COPPE/UFRJ

<sup>3</sup> Professor - Programa de Engenharia Biomédica - COPPE/UFRJ, Caixa Postal 68510, 21945-970 - Rio de Janeiro - RJ, E-mail: [afci@serv.peb.ufrj.br](mailto:afci@serv.peb.ufrj.br)