MÉTODO DE MÍNIMOS QUADRADOS BASEADO EM ACÚSTICA GEOMÉTRICA PARA A ESTIMAÇÃO DO PONTO FOCAL DE FEIXES ULTRA-SÔNICOS

W. C. A. Pereira[1], A. V. D. Greco[2], D. M. Simpson[1] e J. C. Machado[1]

RESUMO -- A aplicação de acústica geométrica continua sendo viável em muitos problemas de propagação de ondas mecânicas, principalmente pela sua simplicidade de dedução matemática e de implementação computacional. O método de mínimos quadrados também tem seu lugar na modelagem de problemas nas mais variadas áreas científicas (processamento de sinais digitais, estatística, etc.). Este trabalho apresenta um método de mínimos quadrados em duas dimensões, baseado em acústica geométrica, para estimar o ponto focal de feixes de transdutores ultra-sônicos não-focalizados e focalizados por uma lente esférica e uma cônica. O transdutor transmissor (8 MHz) emite pulsos de ultra-som (US) de 800 ηseg de duração, que são captados por um hidrofone de PVDF de 0,5 mm de diâmetro de face, em 21 posições diferentes ao longo de um eixo paralelo à face do transmissor. A simulação computacional e os resultados experimentais mostram que o método proposto consegue achar um ponto focal no último terço da região focal dos feixes focalizados, imediatamente antes da divergência destes. Para o feixe não-focalizado o método estimou um foco virtual (atrás da face do transmissor), indicando o local de onde o feixe deveria estar divergindo. O método sugere, assim, uma nova definição de foco como sendo o ponto a partir do qual os raios divergem. Esta definição tem se mostrado útil no desenvolvimento de modelos de propagação de US em meios multicamadas, baseados em acústica geométrica.

Palavras-chave: Acústica Geométrica, Focalização, Mínimos Quadrados

INTRODUÇÃO

A utilização de conceitos de geometria euclidiana na modelagem de propagação de ondas já vem de longa data. Sabe-se, por exemplo, que Galileu, ao planejar um experimento com lanternas para medir a velocidade da luz, supôs que a mesma se propagava em linha reta (Halliday e Resnick, 1973). A aproximação geométrica para propagação de ondas eletromagnéticas permitiu explicar, por exemplo, os padrões de uma figura de difração da luz ao passar por orifícios da ordem de grandeza do seu comprimento de onda, ou ainda o desenvolvimento de algoritmos de reconstrução de imagens tomográficas por raios-X. O sucesso de aplicações como estas fez com que os cientistas utilizassem estas mesmas ferramentas na modelagem de fenômenos de propagação de ondas mecânicas, surgindo assim a chamada acústica geométrica. Esta tem tido um sucesso mais limitado pois as ondas

[1] Professor Adjunto do Programa de Engenharia Biomédica - COPPE/UFRJ, Caixa Postal 68510, CEP 21945 - 910, Rio de Janeiro - RJ, Brasil. E-mail: wagner@serv.peb.ufrj.br
[2] Mestre em Engenharia Biomédica - COPPE/UFRJ, Caixa Postal 68510, CEP 21945 - 910, Rio de Janeiro - RJ, Brasil.

// Trabalho recebido em 20/jul/95 e aceito em 11/dez/95 //

mecânicas sofrem uma maior influência de fenômenos como refração, atenuação, espalhamento etc., sendo, por vezes, necessário a correção do modelo para incluir esses fenômenos. Há também os modelos que apresentam outras abordagens, tais como a resolução da Equação de Onda, e que precisam normalmente de hipóteses simplificadoras (aproximações de Born ou de Rytov, p.ex.) para se chegar a uma solução que, ainda assim, exige uma álgebra complexa e algoritmos computacionais mais elaborados e, às vezes, lentos. A acústica geométrica, assim, continua sendo atrativa pois seus modelos são de dedução simples e geram equações reduzidas que não necessitam de algoritmos computacionais sofisticados. Os modelos de acústica geométrica são muito úteis, p. ex., no desenvolvimento do microscópio acústico, nos testes não-destrutivos de tubulações ou ainda na formação da imagens biomédicas por ultra-som (US).

A bibliografia específica relacionando conceitos de geometria e ponto focal é abundante na área da física clássica de ondas eletromagnéticas - ótica, mais especificamente (Feynman et alii, 1977). Entretanto ela é escassa no que se refere à aplicação a feixes ultra-sônicos, que é objeto desse trabalho. Neste caso, o mais comum é se trabalhar com conceitos de região focal, que ainda assim, apresentam várias definições (Kino, 1987 e Fish, 1990). Nas aplicações práticas, a utilização de um feixe focalizado apresenta duas vantagens básicas: (a) Concentra a intensidade irradiada numa região determinada, melhorando a intensidade dos ecos que são refletidos em alvos que lá se encontrem e (b) melhoram a resolução lateral na formação de imagens por US (modo-B, p.ex.). Nos aparelhos mais modernos de imagens por modo-B em tempo real, o feixe de US é gerado por transdutores de varredura setorial e a região focal não é fixa, mas se move ao longo do plano irradiado, proporcionando uma imagem de melhor qualidade (Lima, 1995). Só mais recentemente o interesse pela utilização de feixes de US de frequências mais altas para se estudar estruturas diminutas levou os pesquisadores a buscar regiões focais igualmente diminutas e que podem ser tratadas como pontuais.

Dick, Faddis e Barr (1992) utilizaram transdutores comerciais de 15 MHz (com e sem foco) para estudar as camadas da pele humana, que pode ser dividida em cerca de 10 sub-camadas com 0,13 mm de espessura, cada. A região focal mede 2,54 cm.

Lockwood et alii (1991) estudaram as propriedades acústicas da parede de vasos sanguíneos e do sangue com um transdutor de 50 MHz e largura do foco de 45 μm, gerando imagens bidimensionais no modo-C do tecido biológico dos vasos que depois eram comparadas com os respectivos cortes histológicos.

Lockwood et alii (1992) utilizaram um protótipo de sistema de imagens (modo-B) intravascular de artérias, na frequência de 45 MHz e com largura de foco de 125 μm. Realizaram um estudo in vitro de 16 segmentos de artéria femural e 15 de artéria carótida comum, onde podem ser diferenciadas 4 regiões de espalhamento correspondentes a estruturas da parede dos vasos. É interessante notar que os autores reportam a absoluta necessidade do alinhamento do transdutor com o centro da luz do vaso para a minimização dos artefatos. No trabalho aqui apresentado também evidenciou-se a necessidade do perfeito alinhamento entre os elementos transmissor e receptor, tendo sido o método de mínimos quadrados proposto em duas dimensões para minimizar o desalinhamento residual experimental.

Pavlin et alii (1991) apresentaram o desenvolvimento de um bio-microscópio ultra-sônico que gera imagens em modo-B a partir de feixes de 50 a 100 MHz, com largura de foco em torno de

20 μm. O aparelho gera imagens de uma região de aproximadamente 4 X 4 mm e foi utilizado para estudar patologias do globo ocular in vivo.

Em Kino (1987) pode-se observar o desenvolvimento do microscópio acústico que utiliza feixes focalizados na faixa de gigahertz, tendo resolução equivalente a dos microscópios óticos comumente utilizados. Como o princípio de funcionamento está baseado nas propriedades mecânicas do objeto irradiado, imagens detalhadas da estrutura interna de transistores e circuitos integrados podem ser obtidas. Vale salientar que a focalização é feita tanto na transmissão como na recepção do feixe. O desenvolvimento teórico do microscópio acústico é todo baseado em propagação por acústica geométrica, como pode ser visto em Chan e Bertoni (1991).

Em Pereira e Machado (1992) pode ser visto o desenvolvimento de modelos de propagação de US em meios multicamadas onde a definição de um ponto específico no espaço que represente o foco se faz necessária. Como os modelos se baseiam no tempo de propagação dos ecos, que por sua vez, dependem do caminho percorrido pelos mesmos, a simples escolha do foco como o ponto do espaço onde o feixe apresenta maior intensidade não é adequada ao modelo. Isso levou ao desenvolvimento de um método de mínimos quadrados, baseado em acústica geométrica, que estima o ponto focal, em duas dimensões, do feixe acústico de um transdutor de US. Este método é apresentado no presente trabalho incluindo sua aplicação ao feixe de um transdutor de frequência 8 MHz, em três situações específicas: sem lente, com lente esférica e com lente cônica.

TEORIA

O Modelo de Acústica Geométrica

O modelo aqui utilizado pressupõe que o foco tenha duas coordenadas que o localizam (duas dimensões), entretanto, para que se possa entender certas nuances sobre a natureza da geometria da situação em estudo,inicialmente será assumido que o foco seja unidimensional. Em seguida será feita a generalização para duas dimensões.

O modelo unidimensional assume que o foco está em algum lugar ao longo do eixo-Z, conforme a Figura 1. A idéia básica é observar os tempos de chegada da frente de onda de um transdutor (T_x) ultra-sônico focalizado, a um plano paralelo à face do mesmo, ao longo do qual se posiciona um transdutor receptor (R_x). Assumindo a propagação por acústica geométrica, todos os raios que partem da face de T_x irão primeiramente convergir para o ponto focal. Daí irão atingir o plano onde está R_x em instantes diferentes, conforme o caminho descrito por cada raio. Ainda pela Figura 1, pode-se escrever a distância L (caminho percorrido pelo raio) como sendo:

$$L = F + D = F + [(Z - F)^2 + X^2]^{1/2} \qquad (1)$$

onde,

F - posição do foco (distância T_x-Foco)
D - distância entre o foco e a posição onde se encontra R_x para captar o pulso de US
Z - distância entre a face de T_x e o plano por onde se move R_x
X - distância entre os eixos principais de T_x e R_x

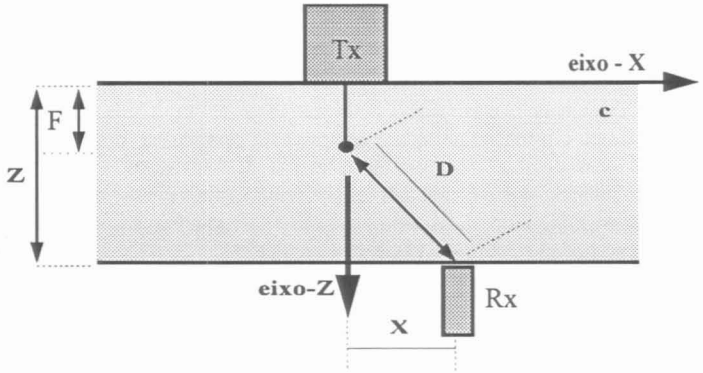


Figura 1. Modelo Unidimensional. O ponto focal está sobre o eixo-Z. Os raios divergem após passar pelo foco e atingem a face do receptor. **c** é a velocidade do US no meio. R_X se movimenta ao longo de um plano.

Considerando a equação (1) como descrevendo a distância L em função da posição X e, após um pouco de álgebra,obtém-se:

$$(L-F)^2-(X-0)^2=(Z-F)^2 \tag{2}$$

que é a equação de uma hipérbole L(X), com centro no ponto (0,F) e eixo maior igual ao eixo menor que vale 2(Z-F). Lembrando que L = **c**.T, onde **c** é a velocidade de propagação do US no meio e T é o tempo de trânsito da mesma, chega-se à conclusão que o tempo T descreve uma hipérbole como função da posição X de R_X. Assim, tomando-se a equação (2) como base, pode-se estimar o parâmetro F a partir da determinação de T versus X. A cada posição focal corresponde, então, um perfil de tempos de chegada específico. Experimentalmente a situação se dá de forma inversa: observa-se um perfil de tempos de chegada para se obter o ponto focal.

Considere-se, agora,o caso mais geral (e mais próximo da realidade experimental) do foco em duas dimensões, onde o ponto focal não está sobre o eixo principal do transdutor emissor, conforme Figura 2, e onde o receptor R_X é posicionado em **n** locais diferentes, ao longo do plano imaginário.

A distância teórica, L_i , percorrida pela frente de onda de US até a i-ésima posição de R_X pode ser escrita como:

$$L_i=(F_Z{}^2+F_X{}^2)^{1/2}+[(Z-F_Z)^2+(X_i-F_X)^2]^{1/2} \tag{3}$$

onde:

F_Z - ordenada da posição do foco
F_X - abcissa da posição do foco

D_i - distância entre o foco e a i-ésima posição de R_x para captar o pulso de US
Z - distância entre a face de T_x e o plano imaginário por onde se move R_x
X_i - distância entre os eixos principais de T_x e R_x na posição i

O primeiro termo do lado direito da equação (3) é a distância entre o centro da face de T_x e o ponto focal. Experimentalmente $F_Z >> F_X$ e, portanto, é válida a suposição abaixo:

$$(F_Z^2 + F_X^2)^{1/2} \approx F_Z \tag{4}$$

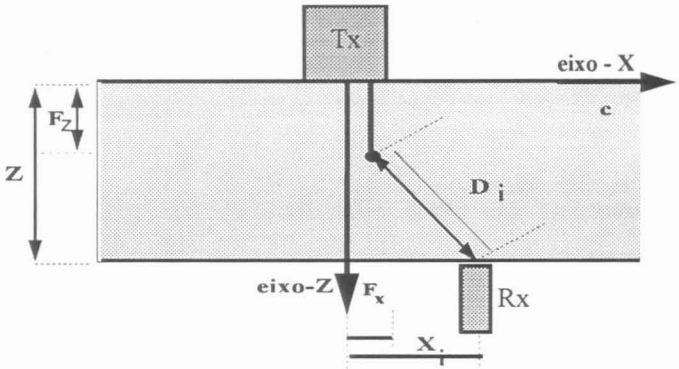


Figura 2. Modelo bi-dimensional. O ponto focal não se encontra sobre o eixo-Z, e passa a ter coordenadas (F_X, F_Z). Cada raio percorre uma distância L_i=F_Z+D_i até atingir R_X.

Essa hipótese simplificadora facilita o desenvolvimento do método de mínimos quadrados porque simplifica as derivadas envolvidas no mesmo. Substituindo a equação (4) em (3), tem-se:

$$L_i = F_Z + [(Z - F_Z)^2 + (X_i - F_X)^2]^{1/2} \tag{5}$$

que é a equação básica para o método de mínimos quadrados, descrito a seguir.

Método de Mínimos Quadrados

A questão básica a responder é a seguinte: em que posição deve estar o foco para apresentar o perfil de atrasos obtido experimentalmente? Para respondê-la é necessário que se eleja um critério numérico que avalie de alguma forma, as diferenças entre as medidas experimentais e as previstas pelo modelo. Este é o papel do Método de Mínimos Quadrados.

Primeiramente define-se uma função erro quadrática, envolvendo os valores obtidos experimentalmente e os valores teóricos esperados, conforme a equação (6) a seguir:

$$E(\cdot) = \sum_{i=1}^{n} (\lambda_i - L_i)^2 \tag{6}$$

onde:

λ_i - medida experimental da distância percorrida pelo US até a i-ésima posição de R_x
L_i - distância teórica percorrida pelo US até a i-ésima posição de R_x

Lembrando agora que $\lambda_i = c.T_i$, onde **c** é a velocidade de propagação do US no meio e T_i é o tempo de trânsito do US até a i-ésima posição de R_x, pode-se substituí-lo na equação (6). O valor de L_i na mesma equação também pode ser substituído pela equação (5), resultando numa expressão para o erro que pode ser vista como uma função das variáveis F_z e F_x, que são as coordenadas do ponto focal desejado:

$$E(F_z, F_x) = \sum_{i=1}^{n} \{c \cdot T_i - F_z - [(Z - F_z)^2 + (X_i - F_x)^2]^{1/2}\}^2 \tag{7}$$

Obtém-se assim, uma função bidimensional e o passo seguinte é a minimização da mesma com relação a F_z e F_x. Para isso tem-se que resolver o seguinte sistema de equações:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E(F_z, F_x)}{\partial F_z} &= 0 \\ \frac{\partial E(F_z, F_x)}{\partial F_x} &= 0 \end{aligned} \tag{8}$$

Logo, obtém-se um ponto no plano (F_x, F_z) para o qual a função Erro Mínimo Quadrático tem o seu menor valor. Esse ponto é assumido então como sendo a <u>melhor</u> estimativa da posição focal bidimensional. Foram feitas simulações para se observar o comportamento da equação (7). O resultado das mesmas será apresentado mais adiante.

PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Para se coletar os valores dos tempos de chegada dos pulsos de US à face do transdutor receptor (R_x), visando obter o foco do transdutor transmissor, os mesmos são colocados face à face, sobre um mesmo eixo central, conforme a Figura 3. Foram definidas 21 posições de coleta para R_x, separadas entre si de 2,25 mm, devido ao fato do passo do braço mecânico que movimenta o transdutor ser igual a esse valor. A posição central (sobre o eixo Z) foi tomada como sendo a referência a partir da qual todos os atrasos são calculados. O T_x utilizado foi construído no PEB/COPPE e possui uma cerâmica circular piezoelétrica (FERROPERM, PZ27) de 8 MHz de frequência e 10 mm de diâmetro. O R_x também foi construído no PEB/COPPE (von Kruger, 1992) e

possui um elemento circular de PVDF com 0,5 mm de diâmetro. As lentes foram confeccionadas em epoxi, seguindo Ichinose (1992) e a Figura 4 as ilustra. A esférica possui 40 mm de raio e a cônica, um ângulo de 17º (α).

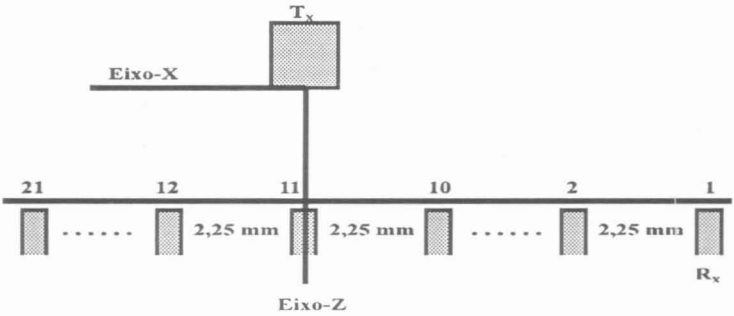


Figura 3. Posicionamento de T_X e R_X para a coleta das ondas. A distância T_X-R_X varia conforme a lente a ser utilizada. R_X é posto sequencialmente em 21 posições.

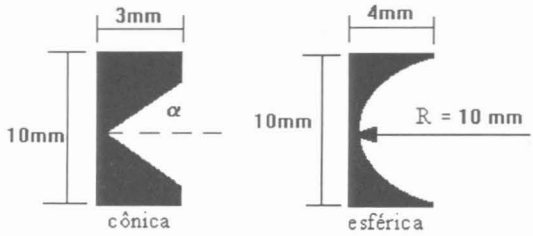


Figura 4 - Vista lateral das lentes de epóxi. **R**: raio da esfera de origem da lente esférica; α: ângulo complementar à abertura da lente cônica.

A Figura 5 apresenta a montagem experimental completa. Para a excitação de T_X, primeiramente é gerada uma onda senoidal contínua de 8 MHz (HP3335A), que é injetada no gerador de salvas do LUS. Este produz pulsos de 800 nanossegundos (aproximadamente 5 ciclos de senóide), a uma frequência de repetição de 1 kHz. Estes pulsos passam pelo atenuador (WAVETEK), pelo amplificador de potência (ENI-RF), pela ponte de diodos e atingem T_X. Quatro diodos em paralelo dois a dois formam a ponte e servem para suprimir as flutuações da portadora que ocorrem após a emissão de cada pulso.

O pulso de US se propaga e atinge R_x que está em uma das posições de coleta. O pulso que chega em R_x sofre dois estágios de amplificação (amplificadores do LUS e HP8447F) e é enviado para um osciloscópio digital (Tektronix TDS 420), via interface GPIB (General Purpose Interface Bus). Lá o pulso sofre uma amostragem em 2,5 GHz, gerando um sinal digital de 10 mil pontos (Figura 6) que é enviado a um microcomputador da linha PC 386 para posterior processamento.

O posicionamento de R_x dentro do tanque acústico é feito através de um braço mecânico controlado por motores de passo (0,225 mm/passo). Os pulsos coletados têm voltagem pico-a-pico entre 100 e 200 mVolts.

Os feixes do transdutor com e sem lentes foi mapeado utilizando o mesmo aparato básico da Figura 5 e está detalhado por Proãno-Apolo (1987). Este mapeamento tem por objetivo observar se as estimativas do ponto focal são coerentes com o perfil da região focal dos feixes ultra-sônicos em estudo. Nos resultados estes perfis são apresentados.

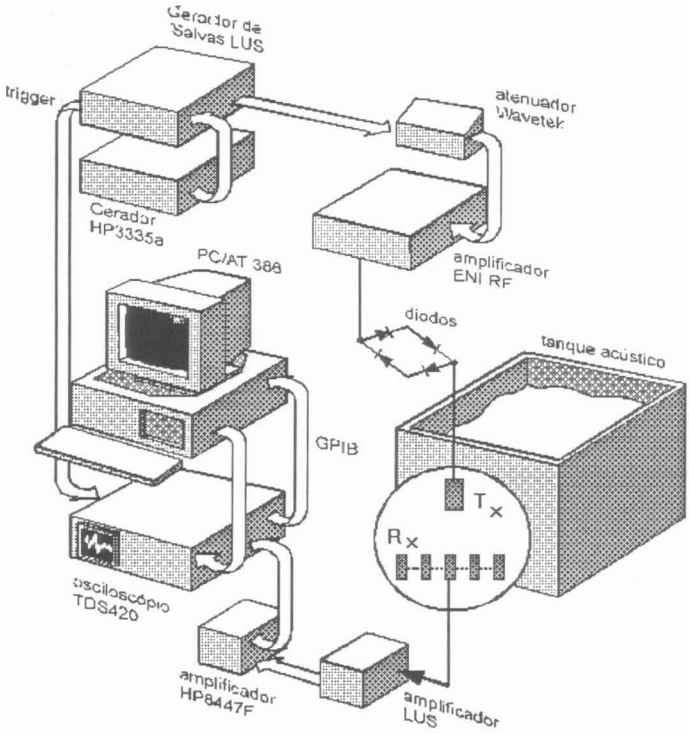
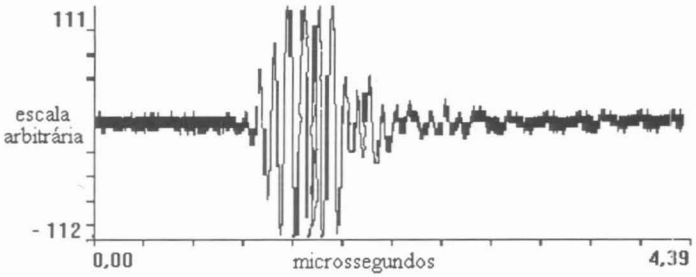
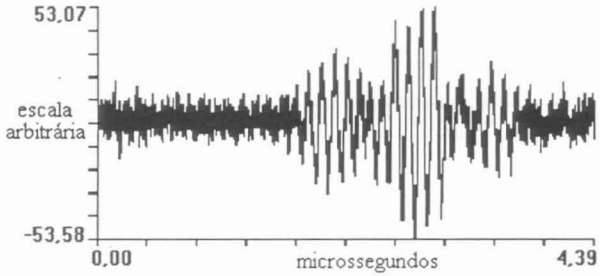


Figura 5. Diagrama de blocos da montagem experimental.



(a)



(b)

Figura 6. (a) Sinal recebido por R_x na posição central, com transmissor com lente esférica. (b) Sinal recebido na posição 21. Notar a deformação do perfil da onda devido à difração.

RESULTADOS

Simulação Computacional

A solução analítica do sistema de equações (8) é de difícil obtenção e uma solução numérica se torna mais conveniente. Implementou-se então, o Método de Newton-Raphson para sistemas não-lineares (Kahaner, Moler e Nash, 1989) e, para se estudar o comportamento do mesmo, foram simulados em linguagem FORTRAN 5.1 (Microsoft Inc.), a partir da equação (5), 21 pares de dados (X_i, T_i) com as características apontadas na Tabela 1.

O tempo de propagação do US correspondente a cada um dos 21 raios escolhidos foi calculado e um ruído gaussiano (média 0,0 e desvio padrão 0,02 μm) adicionado para simular alguns erros experimentais (ruído eletrônico, por exemplo). O valor do desvio padrão foi obtido experimentalmente, a partir de 60 medições do tempo de propagação em uma mesma posição. Os 21 pontos de coleta correspondem a uma varredura no eixo-X (Figura 3) de -22,5 mm a 22,5 mm, o que coincide com as condições experimentais.

Tabela 1. Parâmetros utilizados na simulação dos pares de dados.

LENTE	ESFÉRICA	CÔNICA	SEM LENTE
Distância T_X-R_X	140 mm	100 mm	200 mm
Foco (F_X,F_Z)	(0,0 mm;30,0 mm)	(0,0 mm;25,0 mm)	(0,0mm;0,0mm)
Velocidade do US	1500 m/s	1500 m/s	1500 m/s

Para cada condição do transdutor-transmissor (lente esférica, lente cônica e sem lente) foram obtidas 10 estimativas do foco (F_X,F_Z), cada uma delas a partir de um conjunto diferente de dados simulados. A média e o desvio padrão das estimativas podem ser vistas na Tabela 2.

Tabela 2. Média de 10 estimativas realizadas com 21 pares de dados simulados, cada.

LENTE	ESFÉRICA	CÔNICA	SEM LENTE
Média (mm)	(-0,06 ; 29,87)	(-0,04 ; 24,94)	(-0,10 ; -0,43)
Desv.Padrão (mm)	(0,03 ; 0,46)	(0,02 ; 0,22)	(0,05 ; 1,52)

Comparando as médias obtidas para as lentes esférica e cônica com a Tabela 1, pode-se observar que ambas são muito próximas dos pontos focais simulados. Os desvios padrões para a coordenada F_Z demonstram a baixa dispersão da média. Já para a coordenada F_X , o valor procurado é zero e as médias obtidas, apesar de próximas a esse valor, apresentam desvios padrões altos. Esse também parece ser o caso da simulação sem lente onde a média se aproxima do valor desejado (0,0 mm ; 0,0 mm), mas os desvios padrões diminuem o significado da mesma. Para investigar melhor esse fato outros dois tipos de simulação foram feitos: (a) Mantendo 21 pares de dados e aumentando o número de estimativas de 10 para 100; (b) Mantendo o número de estimativas igual a 10, mas aumentando o número de pares de dados de 21 para 101, implicando, assim, uma varredura de 112,5 mm a 112,5 mm. Os resultados estão nas Tabelas 3 e 4.

Tabela 3. Média de 100 estimativas realizadas com 21 pares de dados simulados, cada.

LENTE	ESFÉRICA	CÔNICA	SEM LENTE
Média (mm)	(0,02 ; 29,81)	(0,01 ; 24,91)	(0,03 ; -0,62)
Desv.Padrão (mm)	(0,05 ; 0,52)	(0,04 ; 0,25)	(0,09 ; 1,68)

Comparando-se a Tabela 2 com a 3, pode-se ver que, de uma forma geral, as médias não se alteraram significativamente e que os desvios padrões tenderam a aumentar discretamente.

Tabela 4. Média de 10 estimativas realizadas com 101 pares de dados simulados, cada.

LENTE	ESFÉRICA	CÔNICA	SEM LENTE
Média (mm)	(0,01 ; 29,96)	(0,01 ; 24,98)	(0,02 ; -0,09)
Desv.Padrão (mm)	(1e-3 ; 0,02)	(4e-4 ; 0,01)	(2e-3 ; 0,04)

Comparando-se agora a Tabela 4 com a 2 e a 3 pode-se ver que as médias de F_X tendem mais claramente a zero. As médias de F_Z para as lentes tendem a permanecer na mesma faixa e para o caso sem lente também se aproxima mais de zero. A análise desses resultados está apresentada no item Discussão e Conclusões.

Experimentos

Foram executados 10 experimentos com o transdutor-transmissor (8 MHz) em cada situação (com as lentes e sem elas). Seguindo os diagramas já apresentados nas Figuras 3 e 4, cada experimento coletou os pulsos ultra-sônicos em 21 posições de R_X. As distâncias T_X-R_X foram escolhidas visando a captação de sinais de boa relação sinal/ruído conforme a lente que estivesse em T_X. Cada posição de R_X dista da seguinte por 2,25 mm, perfazendo, ao todo, uma varredura de -22,5 mm a 22,5 mm. Não foi possível obter um número maior de posições de coleta devido à baixa qualidade do sinal após esses extremos. Cada pulso captado é amostrado no osciloscópio digital e guardado em arquivo em disco rígido.

Numa etapa seguinte, os arquivos são lidos por um programa em FORTRAN 5.1 que calcula os atrasos temporais utilizando a técnica de correlação cruzada. A correlação é realizada no domínio do tempo e o pulso de referência é o captado na posição central. De posse dos 21 valores de atraso temporal, o algoritmo de Newton-Raphson estima a posição focal. O programa também tem a possibilidade, conforme julgue o usuário, de excluir algum valor de atraso que tenha sido estimado de forma errada pela correlação cruzada, devido às deformações na forma de onda captada ou ao excesso de ruído no sinal (Figura 6b).

A Figura 7 apresenta a média das estimativas de cada experimento realizado. As Tabelas A.1, A.2 e A.3, no apêndice, apresentam todas as estimativas de cada experimento, juntamente com o Erro Mínimo Quadrado (EMQ) obtido, em milímetros, e com o número de pulsos de US utilizado em cada processamento. Note-se, na Figura 7, que o círculo maior representa a média de todas as estimativas e mostram-se os valores das coordenadas obtidas para o foco.

As Figuras 8, 9 e 10 apresentam o perfil de cada um desses feixes, mapeados - conforme Proãno-Apolo (1987). As linhas mais externas de cada perfil indicam os pontos de intensidade -6 dB e as mais internas -3 db. Todas em relação ao ponto de maior intensidade ao longo dos planos paralelos ao eixo-Z.

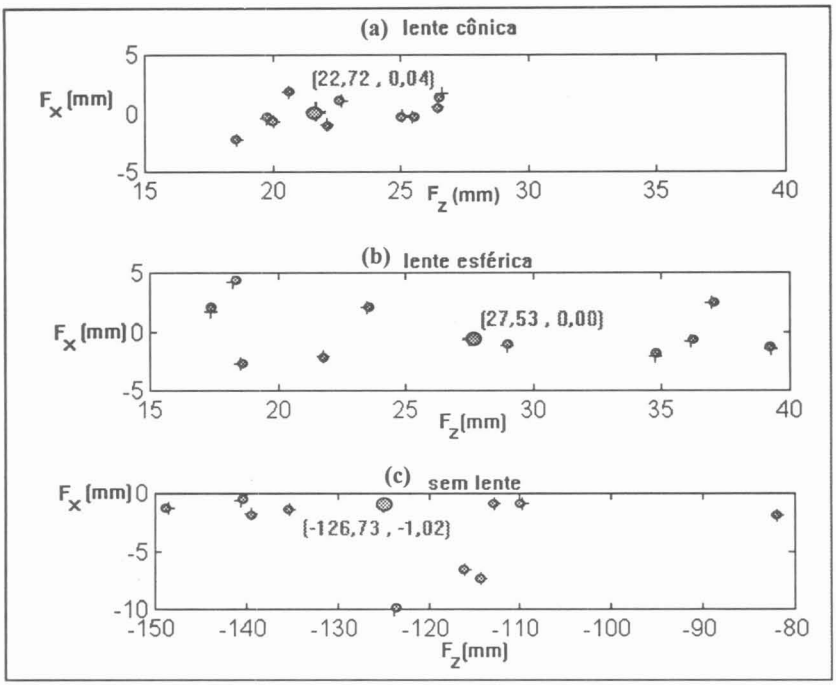


Figura 7 - Resultados dos experimentos de determinação do ponto focal. (a) Lente cônica. (b) Lente esférica. (c) Sem lente. Círculo: média de pontos focais estimados por cada experimento.

DISCUSSÃO E CONCLUSÕES

Com relação à simulação realizada (Tabelas 2, 3 e 4), pode-se chegar à algumas conclusões importantes:

a) Para as lentes esférica e cônica, o número de pares de dados utilizados (21) parece ser satisfatório, em relação à estimativa de F_Z, independentemente do número de estimativas executadas (10 ou 100). Já as estimativas de F_X, apesar de próximas do valor procurado (zero), apresentam um desvio padrão (DP) um tanto elevado, indicando uma alta dispersão do parâmetro. Somente o aumento do número de pares de dados (101), mantendo o número de estimativas igual a 10, foi capaz de trazer o DP para valores aceitáveis. O aumento da varredura (-112,5 mm a 112,5 mm) torna as estimativas mais estáveis (mais acuradas e mais precisas).

b) Para o feixe não focalizado (sem lente) as estimativas com 21 pares de dados geram valores próximos do procurado: (0 mm ; 0 mm), que não sofrem grandes alterações quando se aumenta o número de estimativas de 10 para 100. Da mesma forma que no caso anterior, o aumento da

varredura no eixo-X provocado pelo aumento de pares de dados (101), tornou a média das estimativas mais próxima da desejada e trouxe os valores de DP para níveis aceitáveis. Isso reforça a conclusão de que o aumento da varredura do eixo-X tende a estabilizar as estimativas.

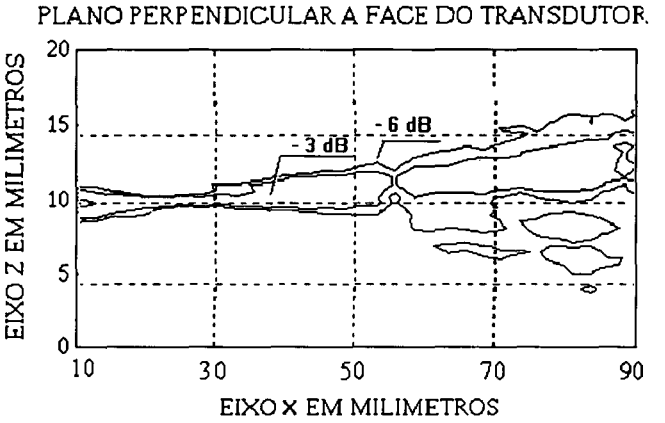


Figura 8. Perfil do feixe com lente esférica. Observar que a região focal se localiza entre 15 mm e 30 mm, aproximadamente. A abundância de curvas de nível após 60 mm se deve ao fato da divergência do feixe piorar a relação sinal/ruído, comprometendo o mapeamento.

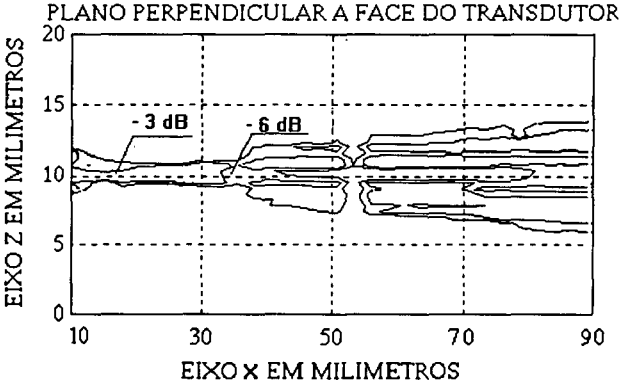


Figura 9. Perfil do feixe com lente cônica. A região focal se localiza aproximadamente entre 10 mm e 25 mm.

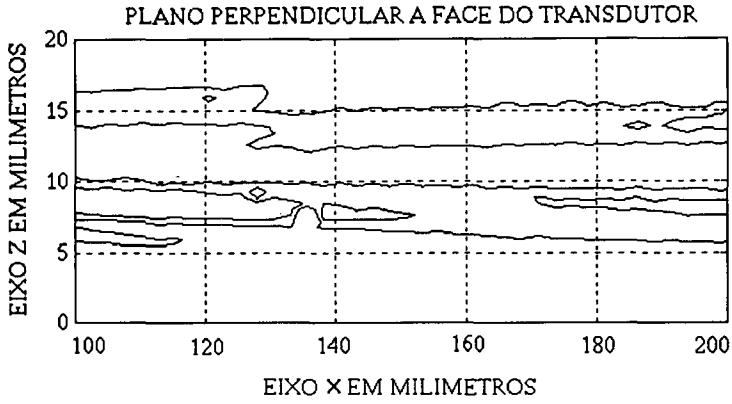


Figura 10. Perfil do feixe sem Lente. Notar a presença dos lobos laterais. O lobo principal tende a divergir discretamente, à medida que se afasta da face do transdutor.

c) Voltando agora, para a equação da hipérbole (eq. 2) com centro em (0, F) que corresponde ao ponto focal (F_X,F_Z), é razoável se supor que, quanto maior for o trecho da hipérbole utilizado, melhor (mais precisa e acurada) deve ser a estimativa do centro da mesma. Isso foi confirmado pela simulação, quando se aumentou o numero de pares de dados de 21 para 101.

Com relação às estimativas com dados experimentais (Tabelas A.1, A.2 e A.3), pode-se chegar a quatro conclusões básicas:

a) Para os feixes com as lentes esférica e cônica os valores médios de F_Z caem dentro da região focal do feixe, conforme pode ser constatado pelos perfis das Figuras 6 e 7, respectivamente. O fato da estimativa não estar no centro da mesma, mas sim, na sua porção final (imediatamente antes do feixe divergir), pode ser explicado pela análise do modelo. Segundo este, o foco é um ponto no espaço a partir do qual os raios divergem. Portanto, a modelagem não se baseia na definição clássica de foco.

b) Ainda para os feixes com as lentes, os valores médios de F_X foram acurados. É importante ressaltartar que a coordenada F_X apareceu na modelagem para levar em conta o desalinhamento experimental dos planos contendo T_X e R_X. E espera-se que seu valor sempre gire em torno do zero.

c) Para o caso do feixe sem lente, o foco "natural " (Diâmetro ao quadrado/4 x comprimento de onda) está em torno de 130 mm à frente do trandutor. Lembrando novamente que o modelo procura o ponto a partir do qual os raios divergem e, examinando o perfil da Figura 8, pode-se concluir que este ponto deva estar ATRÁS do transdutor, caracterizando, assim, um foco VIRTUAL. O valor estimado para F_Z de -126,73 mm é significativo, pois parece indicar que o foco real tem uma imagem virtual atrás da face do transdutor.

d) Os valores dos desvios padrões para F_X e F_Z em todas as estimativas indicam que a precisão precisa ser melhorada. Entretanto esse resultado já estava previsto na simulação e pode ser atribuído à limitada excursão da coleta no eixo X.

Como conclusão final, pode-se afirmar que o modelo apresenta a novidade de re-definir o conceito de foco, sendo de fácil implementação em duas dimensões e tendo potencial para aplicações em acústica geométrica (Pereira e Machado,1992, e Greco, Pereira e Machado,1994)

AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao engenheiro Gustavo S. Schelles pela sua colaboração na confecção das figuras deste artigo e ao CNPq e CAPES pelo auxílio financeiro.

REFERÊNCIAS

CHAN, K. H. and BERTONI, H. L. (1991), "Ray Representation of Longitudinal Lateral Waves in Acoustic Microscopy", *IEEE - Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control*, Volume 38, Number 1, pages 27 - 34.

DICK R. E.; FADDIS, T. N.; BARR, B. G. (1992), "Comparative Study of a 15-MHz Focused Ultrasonic Transducer and a 15-MHz unfocused transducer for Clinical In-vivo Skin-thickness Measurements in Human Subjects", *Biomedical Instrumentation & Technology*, pages 48-51.

FEYNMAN, R. P., LEIGHTON, R. B. & SANDS, M. (1977), *Lectures on Physics*, volume 1, sixth edition, Addison - Wesley, USA.

FISH, P. (1990), *Physics and Instrumentation of Diagnostic Medical Ultrasound*, first edition, John Wiley & Sons, England.

GRECO, A. V. D., PEREIRA, W. C. A. e MACHADO, J. C. (1994), "Modelos de Propagação Ultra-Sônica por Acústica Geométrica: Comparação de Desempenho", *Revista Brasileira de Engenharia, Cadernos de Engenharia Biomédica*, volume 10, número 2, páginas 21-37.

HALLIDAY, D. & RESNICK, R. (1973), *Física II*, vol. 2, primeira edição, Livro Técnico, Rio de Janeiro, Brasil.

ICHINOSE, R. M. (1992), *Projeto e Construção de Lentes para Transdutores Ultra-sônicos*, Tese de Mestrado, Programa de Engenharia Biomédica - COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro.

KAHANER, D., MOLER, C., NASH, S. (1989), *Numerical Methods and Software*, first edition, Prentice Hall [Series in Computational Mathematics], New Jersey.

KINO, G. S. (1987), *Acoustic Waves: Devices, Imaging, and Analog Signal Processing*, Prentice-Hall, New Jersey.

von KRUGER, M. A. (1992), "Hidrofone para Medição de Campo Acústico Ultra-Sônico", *Anais do I Forum Nacional de Ciência e Tecnologia em Saúde*, Caxambu, Brasil, páginas 63-66 .

LOCKWOOD, G.R; RYAN, L.K.; HUNT, J.W. and FOSTER, F.S. (1991), "Measurement of The Ultrasonic Properties of Vascular Tissues and Blood from 35-65 MHz", *Ultrasound in Medicine & Biology*, Volume 17, Number 7, pages 653-666.

LOCKWOOD, G. R; RYAN, L. K.; GOTLIEB, A. I.; LONN, E.; HUNT, J. W.; LIU, P. and FOSTER, F. S. (1992), "In Vitro High Resolution Intravascular Imaging in Muscular and Elastic Arteries", *Journal of The American College of Cardiology*, Volume 20, Number 1, July, pages 153-160.

PAVLIN, C. J.; HARASIEWICZ, K.; SHEAR, M. D. and FOSTER, F. S., (1991), "Clinical Use of Ultrasound Biomicroscopy", *Ophthalmology*, Volume 98, Number 3, March, pages 287-295.

PEREIRA, W. C. A & MACHADO, J. C. (1992), "Ultrasonic Focused Pulse-Echo Method for Determination of Propagation Velocity and Layer Thickness of Multilayered Media", *Proceedings of 14th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biological Society*, Paris, part 5 of 7, pages 2110 - 2111.

PROÃNO-APOLO, G. V. (1987), *Mapeamento Computadorizado do Campo Ultra-sônico*, Tese de Mestrado, Programa de Engenharia Biomédica/COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro.

SELFRIDGE, A. R. (1985), "Approximate Material Properties in Isotropic Materials", *IEEE - Transactions on Sonics and Ultrasonics*, Volume 32, Number 3, pages 381 - 394.

APÊNDICE A

Estimativas das coordenadas geométricas do ponto focal em 2 Dimensões.

Tabela A.1 - Estimativa do foco com lente esférica. DP = desvio padrão. No pulsos: número de sinais utilizados para estimar as coordenadas do foco[1].

Experimento	Fx (mm)	Fz (mm)	Erro LMS (e-1mm)	No pulsos
1	2,42	36,94	1,09	13
2	1,68	17,36	0,44	15
3	2,09	23,49	0,60	17
4	4,23	18,22	0,92	18
5	-2,77	18,54	0,61	17
6	-1,16	28,96	0,48	18
7	-2,05	34,72	0,72	15
8	-1,41	39,23	1,16	15
9	-0,78	36,16	1,53	19
10	-2,14	21,75	0,82	19
média	**0,00119**	**27,53**	**0,835**	**18**
DP (mm)	**2,3882**	**8,6611**		

[1] São captados 21 sinais, mas normalmente alguns são excluídos da média das estimativas por experimento por se apresentarem muito distorcidos ou com relação sinal-ruído muito pequena (inferior a 5 dB).

Tabela A.2 - Estimativas do foco com lente cônica. DP = desvio padrão. No pulsos: número de sinais utilizados para estimar as coordenadas do foco.

Experimento	Fx (mm)	Fz (mm)	Erro LMS (e-1mm)	No pulsos
1	-0,73	20,05	1,66	16
2	-0,38	19,73	2,31	14
3	-1,00	22,11	3,46	16
4	-0,18	25,02	2,72	14
5	-0,34	25,43	1,54	17
6	-2,22	18,56	3,48	18
7	1,09	22,66	1,10	17
8	0,54	26,43	1,16	21
9	1,85	20,62	1,47	18
10	1,73	26,62	0,73	18
média	**0,043**	**22,72**	**1,96**	**17**
DP (mm)	**1,2732**	**2,9771**		

Tabela A.3 - Resultados dos experimentos sem lente. DP = desvio padrão. No pulsos: número de sinais utilizados para estimar as coordenadas do foco.

Experimento	Fx (mm)	Fz (mm)	Erro LMS (e-1mm)	No pulsos
1	-1,27	-148,52	5,62	15
2	-1,93	-81,87	5,09	14
3	-6,52	-116,04	4,67	21
4	-7,31	-114,24	6,26	21
5	-9,96	-123,82	4,31	18
6	-1,41	-135,35	8,08	16
7	-0,65	-140,56	3,24	17
8	-0,83	-109,73	5,86	14
9	-0,85	-112,77	6,09	12
10	-1,76	-139,57	5,09	17
média	**-1,017**	**-126,73**	**5,46**	**17**
DP (mm)	**3,5338**	**14,439**		

LEAST MEAN SQUARE METHOD BASED ON GEOMETRICAL ACOUSTICS FOR ULTRASONIC FOCUS POINT ESTIMATION

W. C. A. Pereira[1], A. V. D. Greco[2], D. M. Simpson[1] and J. C. Machado[1]

ABSTRACT -- Geometrical acoustics is still used in many problems of mechanical wave propagation, mainly for its mathematical and computational simplicity. Least Mean Square Methods are widely accepted in many scientific areas, such as digital signal processing, statistics etc. This work presents a least mean square method in two dimensions, based on geometrical acoustics, to estimate the focal point of ultrasonic focused (with spherical and conical lenses) and non-focused transducers. The transmitter-transducer (8MHz) sends ultrasonic pulses of 800 ηsec duration, which are received by a PVDF hydrophone with 0.5 mm face diameter. The receiver is moved to 21 different positions along an axis parallel to the transmitter's face. Computational simulation and experimental results show that the proposed method estimates a focal point in the last third of the focus region, immediately before the beam's divergence. In relation to the non-focused beam, the method estimates a virtual focus point (behind the transducer's face), indicating the position from which the beam would be diverging. The method suggests a new concept of focus point, the point from where the rays diverge. This definition has been very useful for the development of models of ultrasonic propagation in multilayered media based on geometrical acoustics.

Key-words: Geometrical Acoustics, Beam Focalization, Least Mean Square Methods

[1] Associate Professor, Programa de Engenharia Biomédica - COPPE/UFRJ, P. O. Box 68510, CEP 21945 - 910, Rio de Janeiro - RJ, Brasil. E-mail: wagner@serv.peb.ufrj.br

[2] Master on Biomedical Engineering - COPPE/UFRJ, P. O. Box 68510, CEP 21945 - 910, Rio de Janeiro - RJ, Brasil.