

SIMULAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS DA POLARIZAÇÃO DE CERÂMICAS PIEZOELÉTRICAS

V. L. S. N. Button¹ e E. T. Costa²

RESUMO – A polarização não-convencional de cerâmicas piezoelétricas (apodização) é simulada através do Método de Elementos Finitos. O objetivo é polarizar mais intensamente o centro, em relação à borda, de um disco de cerâmica piezoelétrica, para diminuir o efeito de difração no campo acústico gerado pela cerâmica apodizada. Foram calculadas a disposição dos vetores campo elétrico e a intensidade do campo elétrico de polarização ao longo do raio da cerâmica, durante a apodização de um disco de cerâmica piezoelétrica com eletrodo esférico. A variação da intensidade do campo elétrico de polarização ao longo do raio da cerâmica foi determinada para valores diferentes de raio do eletrodo esférico. Os resultados da simulação da apodização de discos cerâmicos de 1 e 2 mm de espessura e 12,7 mm de diâmetro, foram usados para determinar equações polinomiais que descrevem a intensidade do campo elétrico ao longo do raio das cerâmicas durante a polarização.

Palavras-chave: Cerâmica Piezoelétrica, Polarização, Apodização, Elementos Finitos.

INTRODUÇÃO

O método de elementos finitos (MEF), utilizado desde 1950 em análise estrutural, é um método de transformação e aproximação de um problema representado através de integrais, por uma combinação linear de funções específicas, onde os coeficientes são integrais solucionadas em elementos discretos (elementos finitos) nos quais o domínio de interesse original é dividido. Essa divisão implica que o comportamento de todo o domínio seja completamente determinado pela composição dos comportamentos unitários de cada elemento finito. Normalmente os problemas são apresentados sob formulação diferencial (derivadas parciais) e a formulação integral é obtida através de funções definidas num espaço de testes apropriado, ou pela formulação variacional.

Desde que há mais de 25 anos Allik e Hughes (1970) desenvolveram o método de discretização de materiais piezoelétricos, o MEF tem sido constantemente usado para estudar dispositivos piezoelétricos, tanto do ponto de vista do seu comportamento vibracional, quanto do campo acústico por eles gerado (Naillon *et alii*, 1983; Lerch, 1990).

¹ Professora Assistente e aluna do Programa de Doutorado em Engenharia Elétrica, Departamento de Engenharia Biomédica, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP (DEB/FEEC/UNICAMP), Caixa Postal 6040, CEP 13083-970, Campinas, SP, E-mail: vera@deb.fee.unicamp.br

² Professor MS-4, DEB/FEEC/UNICAMP e Centro de Engenharia Biomédica, UNICAMP, Caixa Postal 6040, CEP 13083-970, Campinas, SP, e-mail: educosta@deb.fee.unicamp.br

Por outro lado, desde o início dos anos 80, surgiram estudos de apodização de cerâmicas piezoelétricas para formatar o campo acústico gerado, minimizando o efeito de difração acústica. A apodização tem sido empregada na polarização de cerâmicas com disposições diferentes de eletrodos (anéis circulares concêntricos, por exemplo) e na excitação não-convencional das cerâmicas (Brittain e Weight, 1987).

Neste trabalho, a apodização da cerâmica piezoelétrica é simulada para diferentes valores de raio do eletrodo esférico de polarização. O campo elétrico atuando na cerâmica é formatado pelo eletrodo de polarização, de maneira a ser mais intenso na região central da cerâmica que na periferia da mesma, para que os dipolos alinhem-se mais intensamente no centro do disco piezoelétrico. A simulação da polarização da cerâmica foi feita com a Análise Eletrostática do programa ANSYS 5.1 (ANSYS, 1994), que utiliza o método de elementos finitos (MEF). Posteriormente, os resultados deste trabalho, ou seja, os dados da simulação da apodização serão usados na Análise Piezoelétrica do mesmo programa para prever o comportamento vibracional do disco cerâmico apodizado.

UTILIZAÇÃO DO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

O modelo para simulação da polarização é composto por um disco de cerâmica piezoelétrica com 12,7 mm de diâmetro, com eletrodo depositado apenas na face inferior, que é aterrada, um eletrodo esférico de aço-carbono, que se encontra no potencial de polarização, encostado no centro da face superior da cerâmica, e óleo mineral isolante, envolvendo o conjunto. O óleo serve para evitar a formação de faíscas em procedimentos experimentais.

Como o modelo é axisimétrico, na simulação utilizou-se apenas um fatia do volume total, isto é, um setor de 15° de abertura. Sendo o eletrodo de polarização metálico, o campo elétrico em seu interior é nulo, e é a sua superfície externa que vai formatar o campo elétrico de polarização.

No modelo simulado, representa-se o eletrodo esférico por uma “casca” de 0,05 mm de espessura do hemisfério inferior. Na Figura 1(a) é mostrada a metade do modelo, onde estão representados o disco cerâmico, a “casca” metálica que representa o eletrodo esférico e o óleo isolante. Na Figura 1(b) apresenta-se a vista lateral do volume simulado (setor de 15°).

O volume simulado é composto de 3 materiais diferentes, cujas propriedades necessárias à análise eletrostática são:

- a cerâmica piezoelétrica de PZT5A, material ortotrópico de densidade 7500 kg/m³ e caracterizada pela matriz permissividade [ε] (PERX = PERY = 1,532.10⁻⁸ F/m e PERZ = 1,505.10⁻⁸ F/m);
- o óleo mineral isolante, material isotrópico, de densidade 852 kg/m³ (medida), e permissividade PERX = 5 .10⁻⁸ F/m (valor suficiente para caracterizar um isolante); e
- o eletrodo esférico de aço-carbono, material isotrópico, de densidade 8900 kg/m³ (dado tabelado) e permissividade PERX = 1,5 . 10⁻²F/m (valor suficiente para caracterizar um condutor).

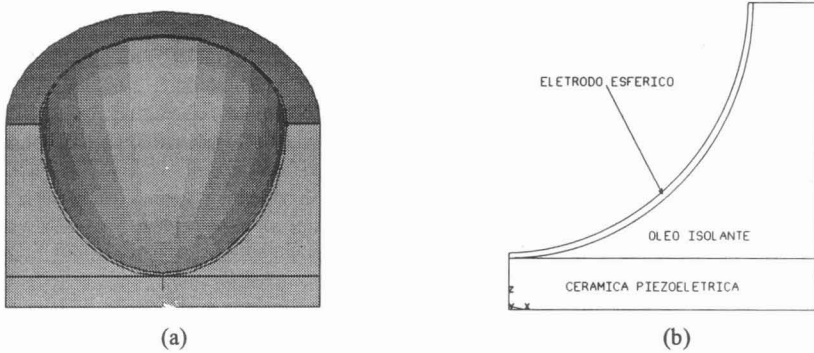


Figura 1. Domínio de estudo cilíndrico. (a) Vista em perspectiva com 180° do domínio de estudo e (b) Vista lateral do setor de 15° simulado.

No volume simulado, é imposto o potencial 0 V ao eletrodo depositado na face inferior da cerâmica e ao eletrodo esférico é imposto o potencial elétrico de polarização 2 kV. Estes dois valores de potencial impostos correspondem às condições de contorno de Dirichlet e significam que o campo elétrico será perpendicular em qualquer ponto dos eletrodos. Nas outras superfícies de fronteira do domínio de polarização, temos as condições de contorno de Neumann, onde nenhum potencial é imposto, e significando que o campo será paralelo às mesmas.

Nesta situação descrita, tem-se carga estática acumulada nos eletrodos com o óleo isolante e a cerâmica piezoeletrica atuando como dielétricos. O campo eletrostático resultante da aplicação da diferença de tensão entre os eletrodos é dado pela equação:

$$\{E\} = -\nabla\{V\} \quad (1)$$

e deve satisfazer ao seguinte conjunto de equações de Maxwell:

$$\nabla \times \{E\} = 0 \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \{D\} = \rho \quad (3)$$

A equação constitutiva do campo elétrico é dada por:

$$\{D\} = [\varepsilon]\{E\} \quad (4)$$

onde: $\{E\}$ = vetor intensidade do campo elétrico;

$\{V\}$ = vetor potencial elétrico escalar;

∇ = operador gradiente;

$\{D\}$ = vetor densidade de fluxo elétrico;

ρ = densidade de carga livre;
 $\nabla \times$ = operador rotacional;
 $\nabla \cdot$ = operador divergente e
 $[\varepsilon]$ = matriz permissividade

Tem-se ainda que uma interface entre dielétricos perfeitos deve obedecer às seguintes restrições de continuidade:

$$E_{t1} - E_{t2} = 0 \quad (5)$$

$$D_{n1} - D_{n2} = \rho_s \quad (6)$$

ou seja, os componentes tangenciais de campo elétrico E_{t1} e E_{t2} nos dois lados da interface são iguais e a diferença entre os componentes normais de fluxo elétrico D_{n1} e D_{n2} é igual à densidade superficial de carga (ρ_s).

Na análise eletrostática realizada pelo programa ANSYS 5.1, são usadas as restrições de interface entre dielétricos perfeitos. No entanto, no domínio de polarização da cerâmica piezoelétrica, além da interface entre dielétricos existe a interface entre o eletrodo esférico e a cerâmica, que se tocam no ponto central desta última. Esta interface entre dielétrico e condutor, obedece às seguintes restrições:

$$D_t = E_t = 0 \quad (7)$$

$$D_n = \varepsilon E_n = \rho_s \quad (8)$$

Ou seja, D e E são normais ao condutor e $D_n = \rho_s$ e $E_n = \rho_s / \varepsilon$. A simulação da polarização na análise eletrostática do ANSYS 5.1, considerando apenas as restrições de interfaces (5) e (6), levou a resultados diferentes dos esperados ao se calcular o campo elétrico resultante próximo à face superior da cerâmica, como será mostrado em RESULTADOS E DISCUSSÃO.

No domínio de polarização, que se resume a um problema de campo eletrostático, a solução buscada deve satisfazer as equações de Maxwell (2) e (3), a equação constitutiva (4) e as restrições apropriadas de interface.

Substituindo a equação (1) na equação constitutiva do campo elétrico (4) e o resultado na equação de divergência (3), obtém-se:

$$\nabla \cdot [\varepsilon](-\nabla)\{V\} = \rho \quad (9)$$

Como o óleo é isolante e a cerâmica pode ser considerada um dielétrico homogêneo, $\rho = 0$. A densidade volumétrica de carga é nula, mas permite que cargas existam nas fronteiras, como fontes do campo elétrico. Assim a equação (9) pode ser re-escrita como:

$$-\nabla^2[\varepsilon]\{V\} = 0 \quad (10)$$

que é a equação de Laplace, sendo ∇^2 o operador Laplaceano.

Esta equação diferencial, sujeita às restrições de interface e de contorno (Dirichlet e Neumann), permite calcular o valor do potencial elétrico em qualquer localização do domínio, e através das equações (1) e (4), pode-se calcular a intensidade do campo e do fluxo elétricos.

A descrição do problema através de equações diferenciais é o primeiro passo para a aplicação do MEF. O passo seguinte consiste em descrever o problema por integrais, normalmente pelo método da formulação variacional. Os passos seguintes do MEF são a discretização do domínio do problema, a formulação matricial e a resolução numérica.

A discretização consiste em subdividir o domínio de estudo em elementos discretos (finitos). As quantidades elétricas (campo e fluxo elétrico, por exemplo) são determinadas nos nós dos elementos e podem ser calculados em qualquer posição do elemento através de uma combinação linear de funções forma de elemento ("shape functions") e dos valores nodais dessas quantidades. Assim, para o campo elétrico e para o fluxo elétrico (ANSYS, 1994):

$$\{E\} = -\nabla\{N\}^T\{V_e\} \quad (11)$$

$$\{D\} = -[\varepsilon]\nabla\{N\}^T\{V_e\} \quad (12)$$

onde: $\{V_e\}$ = potencial elétrico escalar nodal e

$\{N\}^T$ = matriz função de interpolação ou função formato de elemento

Para discretização do domínio de polarização, foi escolhido o SOLID123, um elemento que se aplica à análise eletrostática. O SOLID123 é um elemento sólido tetraédrico com 10 nós e apenas um grau de liberdade - tensão elétrica, VOLT - para cada nó. Na Figura 2 apresenta-se a malha de discretização do setor cilíndrico simulado.

O processo de discretização em elementos finitos resulta num sistema de equações simultâneas do tipo:

$$[K]\{u\} = \{F^a\} \quad (13)$$

onde: $[K]$ = matriz de coeficientes;

$\{u\}$ = vetor de valores de GL (Graus de Liberdade) e

$\{F^a\}$ = vetor de cargas aplicadas

Para um dado vetor de cargas aplicadas, conhecendo-se a matriz de coeficientes, calcula-se o vetor de valores de GL, por exemplo, $\{V\}$ com o qual, calcula-se $\{E\}$ e $\{D\}$ (equações (1) e (4)).

Para análise de campo eletrostático a matriz de coeficientes $[K_e]$ (ANSYS, 1994) a ser calculada num dado volume (elemento), é a seguinte:

$$[K_e] = \int_{vol} (\nabla \times \{N\}^T)^T [\varepsilon] (\nabla \{N\}^T) d(vol) \quad (14)$$

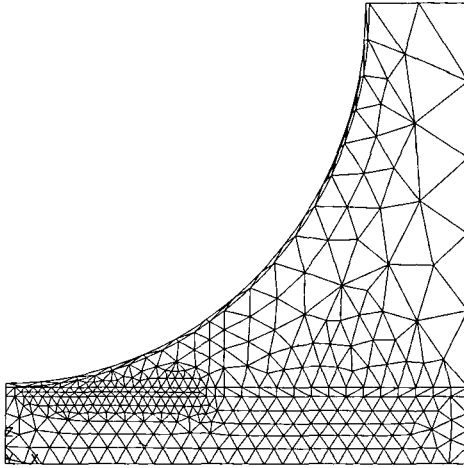


Figura 2. Malha de discretização do modelo.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

O tipo de carga aplicada ao domínio simulado foi a imposição de potenciais 0 V na face inferior da cerâmica e 2 kV, para cerâmica com 1 mm de espessura, no eletrodo esférico. Para cerâmica com 2 mm de espessura o potencial usado foi de 4 kV. Os resultados são apresentados a seguir.

Preliminarmente, foram simulados vários modelos, com cerâmicas de 1 e 2 mm de espessura e raio 6,35 mm, variando-se o raio do eletrodo esférico. Na Figura 3 são apresentadas as curvas do campo elétrico resultante versus a distância radial na cerâmica de 1 mm de espessura para 4 valores diferentes do raio do eletrodo (2,5; 5; 10 e 25 mm). Nestas curvas o campo elétrico resultante foi calculado na metade da espessura da cerâmica (0,5 mm). Nota-se que quanto menor o raio do eletrodo esférico, maior a razão entre o campo elétrico no centro (distância radial = 0) e na borda da cerâmica (distância radial = 6,35 mm) e menor a porção central da cerâmica submetida a um campo de intensidade de pelo menos 1500 V/mm. Escolheu-se para a simulação do modelo final de

cerâmica com 1mm de espessura, o eletrodo esférico de 5 mm de raio para o qual obteve-se campo elétrico na borda do disco cerâmico aproximadamente 40% menor que no centro, e desde o centro até metade da distância radial, campo elétrico com intensidade maior que 75% do valor máximo.

Na Figura 4 mostra-se a distribuição dos vetores campo elétrico no domínio simulado. O tamanho do vetor é proporcional à sua intensidade. No centro da cerâmica ($x = 0$) há maior concentração de vetores em relação à borda ($x = 6,35$ mm), indicando que ali o campo de polarização é mais intenso.

Na Figura 5 são apresentadas as curvas de campo elétrico resultante versus distância radial para 4 valores de z (espessura da cerâmica), de 0 mm a 1 mm. A cada uma das curvas (a) a (c) da Figura 5 está sobreposto o ajuste polinomial de grau 5. As curvas mostram que:

- a intensidade do campo elétrico resultante no centro da cerâmica é aproximadamente o dobro em relação ao campo na borda; e
- o campo resultante decresce em intensidade, da face superior para a face inferior da cerâmica.

A interface composta pela face superior da cerâmica com o óleo isolante e o eletrodo condutor, introduz erro no cálculo do campo elétrico para $z = 1$ mm e para valores de z próximos a 1mm, como pode ser observado na curva (d) da Figura 5. Como foi mostrado no item UTILIZAÇÃO DO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS, o equacionamento da Análise Eletrostática feita pelo ANSYS 5.1 só considera a interface entre dielétricos perfeitos.

Inicialmente, o modelo simulado incluía outra interface cerâmica/condutor: o eletrodo depositado na face inferior da cerâmica e a face inferior da cerâmica. Nas curvas de campo elétrico, EFSUM x Distância Radial, para $z = 0$ mm e próximo a $z = 0$ mm, também ocorria a distorção. O eletrodo da face inferior da cerâmica foi retirado do modelo, e o potencial elétrico igual a 0 V foi aplicado a todos os nós da malha com $z = 0$. Após esta modificação, as distorções nas curvas do campo elétrico desapareceram.

O eletrodo esférico também poderia ser retirado do domínio simulado, passando-se a aplicar a tensão elétrica de polarização aos nós da face côncava do domínio, correspondente ao perfil do eletrodo esférico. No entanto, optou-se por concluir a análise eletrostática com o volume do eletrodo esférico mantido para aplicação do potencial elétrico de polarização de 2 kV no modelo, e as curvas EFSUM x Distância Radial que apresentaram distorção foram desprezadas.

Ao se aumentar o refinamento da malha de discretização da cerâmica, isto é, diminuindo o tamanho do elemento de discretização, a distorção em EFSUM ocorreu para valores cada vez mais próximos de 1mm (topo da cerâmica), como se vê na Figura 6, confirmando que as distorções nas curvas EFSUM x Distância Radial são causadas pela interface cerâmica/eletrodo.

Quando refina-se excessivamente a malha da cerâmica, o número de nós excede a capacidade de processamento (quantitativo) do ANSYS 5.1. Na obtenção das curvas da Figura 5, o potencial elétrico igual a 2 kV foi aplicado a todos os nós do volume correspondente à "casca" de eletrodo simulada, e o número total de nós do modelo após o refinamento das malhas foi de 7863, sendo 4219 nós apenas na cerâmica.

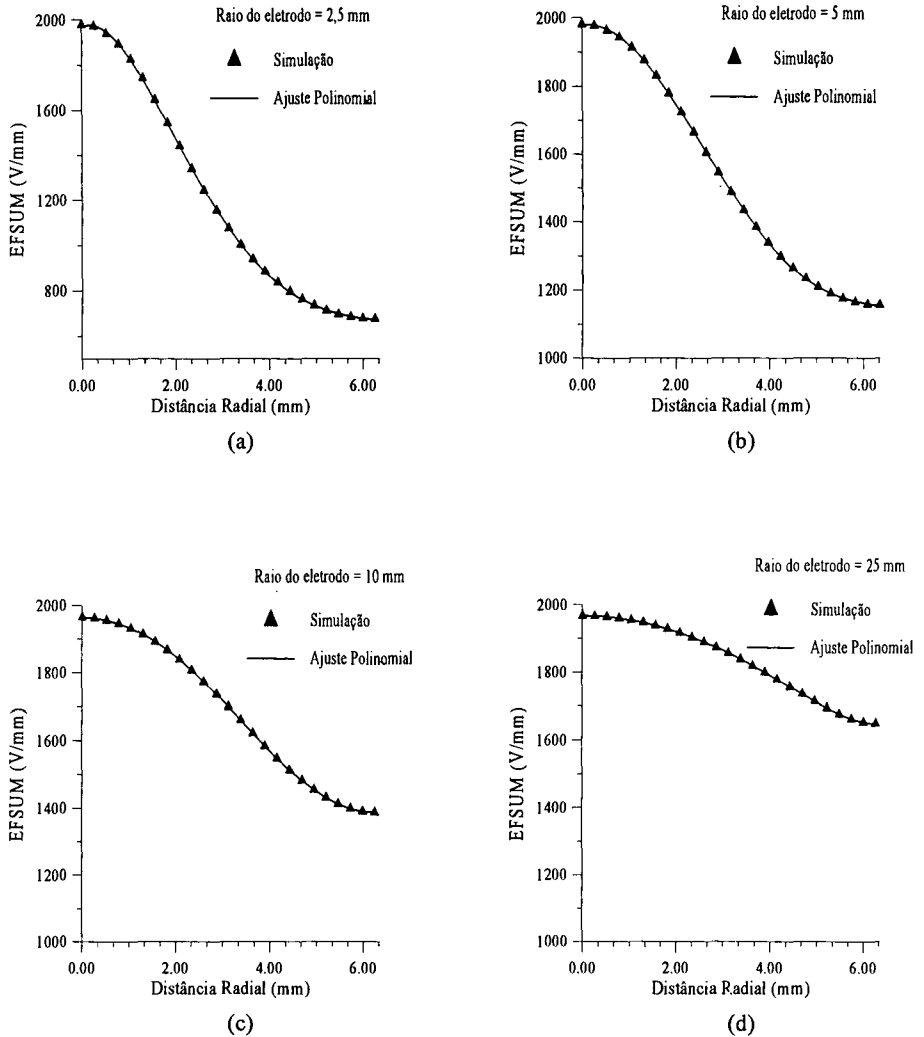


Figura 3. Campo elétrico resultante na cerâmica (1mm de espessura) durante a polarização, para diferentes valores de raio do eletrodo esférico, em $z = 0,5$ mm. Em (a): raio = 2,5 mm; em (b): raio = 5 mm; em (c): raio = 10 mm; e em (d): raio = 25 mm.

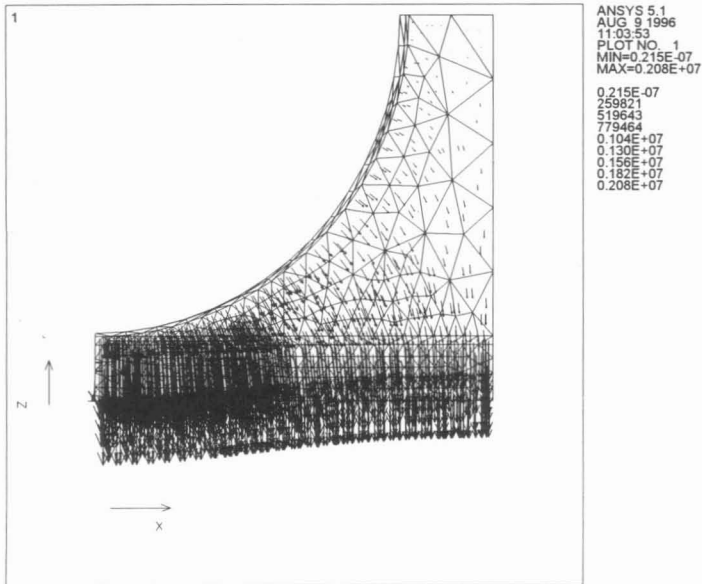


Figura 4. Vetores intensidade de campo elétrico durante a polarização da cerâmica.

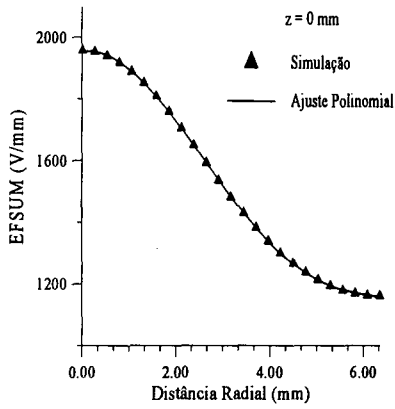
Obteve-se dez curvas EFSUM x Distância Radial (sem distorção) para valores de z entre 0 e 0,9375 mm. A cada curva foi ajustado um polinômio de grau 5. Calculando a média dos coeficientes dos ajustes polinomiais, tem-se como resultado o polinômio:

$$\text{EFSUM1} = -0,17x^5 + 1,71x^4 + 6,72x^3 - 89,68x^2 + 24,04x + 1988,7 \quad (15)$$

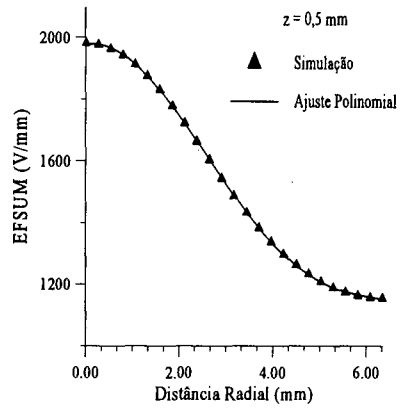
O polinômio da equação (15) foi adotado como descritivo do campo elétrico médio ao qual a cerâmica de espessura 1 mm e raio 6,35 mm, é submetida durante o processo de polarização. Isto é, durante a polarização com o eletrodo esférico de 10 mm de diâmetro, os dipolos localizados ao longo do raio do disco cerâmico, serão alinhados por um campo elétrico cuja intensidade varia de acordo com o polinômio EFSUM1, produzindo uma polarização mais intensa no centro do disco que na borda do mesmo.

O mesmo procedimento foi seguido para a cerâmica de espessura igual a 2 mm. O eletrodo de polarização selecionado foi o de raio igual a 2,5 mm e a tensão de polarização usada foi de 4 kV. Dez curvas EFSUM x Distância Radial, obtidas para $0 < z < 1,875$ mm, foram ajustadas por polinômios de grau 4. Calculando-se um polinômio médio entre os dez ajustes, tem-se:

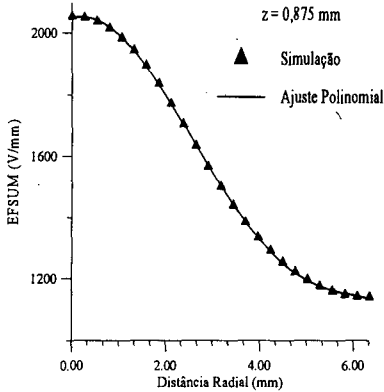
$$\text{EFSUM2} = -2,87x^4 + 38,51x^3 - 182,60x^2 + 67,28x + 1969,33 \quad (16)$$



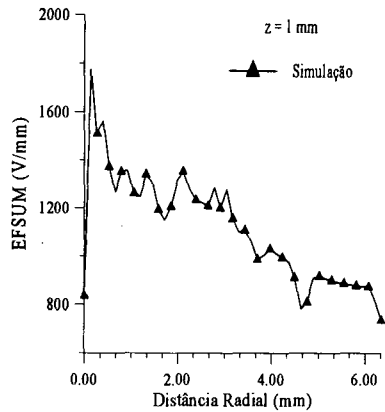
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 5. Campo elétrico resultante (EFSUM) ao longo do raio da cerâmica (Distância Radial), na polarização de um disco cerâmico de 1mm de espessura e 12,7 mm de diâmetro, na face inferior da cerâmica, $z = 0$ mm, em (a); na face superior, $z = 1$ mm em (d); no meio, $z = 0,5$ mm em (b); e para $z = 0,875$ mm em (c). A tensão de polarização é igual a 2kV e o eletrodo esférico tem raio igual a 5 mm.

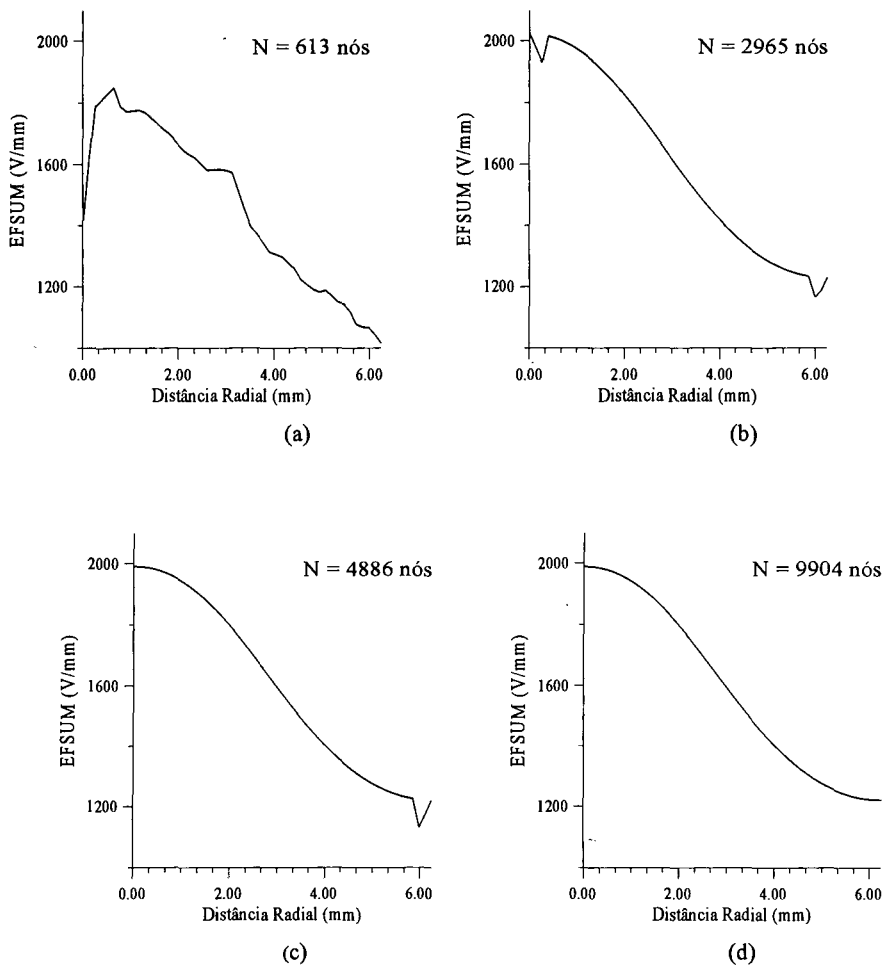


Figura 6. Campo Elétrico resultante na cerâmica com 1mm de espessura e 12,7 mm de diâmetro, para diferentes refinamentos de malha de discretização. Em todas as curvas, $z = 0,75$ mm e raio do eletrodo de polarização = 5 mm. O tamanho do elemento de discretização na cerâmica é igual a 0,5 mm em (a); 0,25 mm em (b); 0,125 mm para $1\text{mm} < z < 0,5$ mm e raio < 2 mm, e 0,25 mm no restante da cerâmica em (c); e 0,125 mm para $1\text{mm} < z < 0,75$ mm e 0,25 mm no restante em (d). N = número de nós na malha da cerâmica.

Os polinômios EFSUM1 e EFSUM2 serão usados na etapa posterior do trabalho, para modificar os valores dos coeficientes piezoelétrico e elástico (que dependem da intensidade da polarização) ao longo do raio dos discos cerâmicos apodizados em simulações piezoelétricas (Efeitos Acoplados do ANSYS 5.1), que serão realizadas para determinar as frequências de ressonância e anti-ressonância, a curva de admitância em função da frequência e a resposta do disco cerâmico (comportamento vibracional) submetido a um pulso de excitação elétrica. Os resultados das simulações piezoelétricas deverão ser comparados aos resultados experimentais obtidos com cerâmicas piezoelétricas submetidas às condições da simulação.

Os resultados da simulação da polarização da cerâmica piezoelétrica concluem a primeira parte de um estudo da apodização de cerâmicas para aplicação em transdutores para imagens médicas e ensaios não-destrutivos.

REFERÊNCIAS

- ALLIK, H. and HUGHES, T. J. R. (1970). "Finite Element Method for Piezoelectric Vibration". *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. v. 2, p. 151-157.
- ANSYS (1994). *ANSYS'S Users Manual for Revision 5.0*. Swanson Analysis Systems. v. I (Procedures) and v. IV (Theory).
- BRITAIN, R. H. and WEIGHT, J. P. (1987). "Fabrication of Non-Uniformly Excited Wide-Band Ultrasonics Transducers". *Ultrasonics*. v. 25, p. 100-106.
- LERCH, R. (1990). "Simulation of Piezoelectric Devices by Two- and Three-Dimensional Finite Elements". *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*. v. 17, n. 2, p. 233-247.
- NAILLON, M., COURSAINT, R. H. and BESNIER, F. (1983). "Analysis of Piezoelectric Structures by a Finite Element Method". *Acta Electronica*. v. 25, n. 4, p. 341-362.

**SIMULATION OF PIEZOELECTRIC CERAMIC POLARIZATION BY
FINITE ELEMENT METHOD**V. L. S. N. Button¹ and E.T. Costa²

ABSTRACT -- The non-conventional polarization of piezoelectric ceramics (apodization) is simulated by finite element method. The objective is to polarize more intensively the center than the edge of the ceramic disc, to avoid the diffraction effect in the acoustic field produced by the apodized piezoelectric ceramic. The distribution of electric field vectors and the intensity of polarizing electric field along of the ceramic disc radius, during the apodization process with a spherical electrode, were calculated. The intensity of the polarizing electric field was calculated for spherical electrodes with different diameters. The simulation results of the apodization of 1 mm and 2 mm thickness and 12,7 mm diameter ceramic discs, were used to determine polynomial equations that describe the electrical field at each ceramic radial distance during apodization.

Keywords: Piezoelectric Ceramic, Diffraction, Polarization, Apodization, Finite Elements.

¹ Lecturer and D.Sc. Student, Departamento de Engenharia Biomédica, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP (DEB/FEEC/UNICAMP), Caixa Postal 6040, CEP 13083-970, Campinas, SP, Brazil, E-mail: vera@deb.fee.unicamp.br

² Associate Professor, DEB/FEEC/UNICAMP and Centro de Engenharia Biomédica, UNICAMP, Caixa Postal 6040, CEP 13083-970, Campinas, SP, E-mail: educosta@deb.fee.unicamp.br